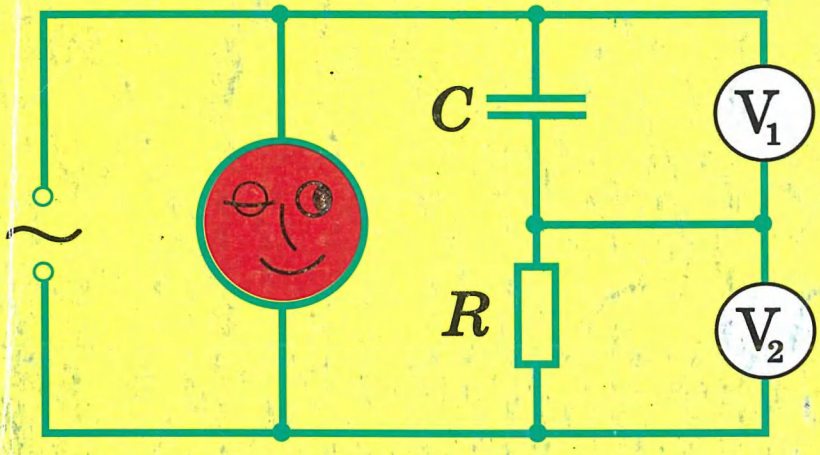
М
М ейн
Л.А. Кирик

303 ЗАДАЧІ З ЕЛЕКТРИКИ ТА МАГНЕТИЗМУ

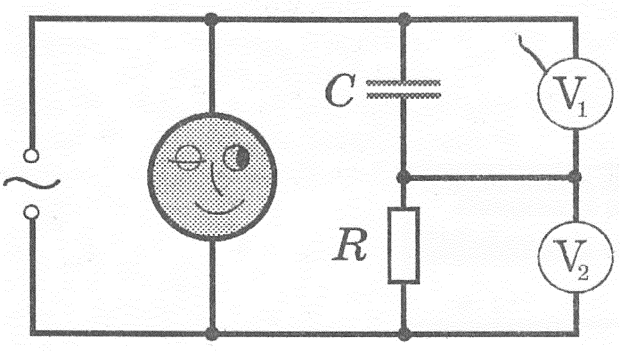


З ВІДПОВІДЯМИ, ВКАЗІВКАМИ, РОЗВ'ЯЗАННЯМИ

І.М.Гельфгат
Л.Е.Генденштейн
Л.А.Кирик

303 задачі З ЕЛЕКТРИКИ ТА МАГНЕТИЗМУ

з відповідями, вказівками, розв'язками



«ГІМНАЗІЯ»
Харків
1997

ББК 22.2 я 723
Г 32

Задачі з електрики та магнетизму у книзі диференційовані на задачі середньої трудності, підвищеної трудності та олімпіадні. До багатьох задач надано вказівки або розв'язки. Для самоконтролю запропоновано тести.

Книгу адресовано учням 10-11-х класів шкіл, ліцеїв і гімназій (в тому числі фізико-математичного профілю), а також випускникам та абітурієнтам.

Передрук окремих розділів і всього видання заборонено.
Будь-яке комерційне використання даного видання можливе лише з дозволу видавця.

Редактор
Р.М.Дерев'янченко

Рецензенти:
П.В. Бліох, заслужений діяч науки України, професор, доктор фізико-математичних наук;
І.Ю. Ненашев, учитель-методист, Соросівський учитель, викладач фізико-математичного ліцею № 27 м. Харкова;
кафедра теоретичної фізики Харківського держуніверситету.

ISBN 966-95271-4-7

© Гельфгат І.М., Генденштейн Л.Е., задачі і розв'язки, 1997
© Гельфгат І.М., Кирик Л.А., тести, 1997

ЗМІСТ

Тим, хто бажає навчитися розв'язувати задачі з фізики 4

ЗАДАЧІ

1. Електростатика 5
2. Закони постійного струму 16
3. Електричний струм у різних середовищах 27
4. Магнітне поле. Сила Лоренца 30
5. Електромагнітна індукція 33
6. Електромагнітні коливання і хвилі. Змінний струм 39

ТЕСТИ 45

ВІДПОВІДІ, ВКАЗІВКИ, РОЗВ'ЯЗКИ 48

ДОВІДКОВІ ТАБЛИЦІ 110

ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ЕЛЕКТРИКИ ТА МАГНЕТИЗМУ 111

ТИМ, ХТО БАЖАЄ НАВЧИТИСЯ РОЗВ'ЯЗУВАТИ ЗАДАЧІ З ФІЗИКИ

Ця книга призначена в першу чергу для учнів 10-11-х класів, вона буде корисною випускникам та абітурієнтам. Поряд з новими в ній вміщено багато класичних задач, що витримали перевірку часом. Запропоновано також тести для самоконтролю.

Задачі без зірочок — середнього рівня, з однією зірочкою — підвищеної трудності, з двома зірочками — олімпіадні. У кожному розділі відібрано ряд ключових задач, до яких надано досить докладні розв'язки. До деяких задач є вказівки, що підказують ідею розв'язання. Задачі, до яких наведено тільки відповіді, призначені для контролю (і самоконтролю). Майже до всіх задач без розв'язків можна «знайти ключ», вивчивши попередні задачі з розв'язками.

Ті з читачів, хто не ставить за мету поглиблене вивчення фізики, можуть пропускати задачі з зірочками. Ті, хто вчиться у фізико-математичних класах, ліцеях або гімназіях, знайдуть у задачах із зірочками багато корисного.

Величини, вказані на малюнках до умов задач, вважаються заданими (якщо в тексті не обумовлено інше).

ЗАДАЧІ

1. ЕЛЕКТРОСТАТИКА*)

Закон Кулона. Напруженість електричного поля

1.1. Дві металеві кулі мають рівні за модулем заряди. Чи залежить *модуль* сили взаємодії куль від того, однойменними або різнойменними будуть заряди? Відстань між центрами куль в обох випадках та ж сама.

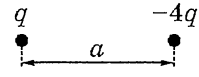
1.2. В яких випадках два однойменно заряджених тіла можуть притягуватися?

1.3. Дві різнойменно заряджені кульки перебувають на деякій відстані одна від одної. Між ними вміщують незаряджену скляну кулю. Як зміниться сила взаємодії кульок?

1.4*. Після того, як дві маленькі заряджені металеві кульки привели у стикання і розсунули на попередню відстань, сила їхньої кулонівської взаємодії збільшилася в $n = 4/3$ рази. Однойменними чи різнойменними були початкові заряди q_1 та q_2 на кульках? У скільки разів вони відрізнялися за модулем? Радіуси кульок є рівними.

1.5.** Чи може точковий заряд перебувати у стані *стійкої* рівноваги під дією лише кулонівських сил?

1.6. Два різнойменні точкові заряди q та $-4q$ перебувають на відстані a один від одного (див. рисунок). Яким має бути третій заряд Q і де його слід розмістити, щоб уся система перебувала в рівновазі?



1.7. Розв'яжіть задачу 1.6, замінивши в умові заряд $-4q$ на $4q$.

1.8. Три однакових однойменних заряди q розміщено у вершинах рівнобічного трикутника. Який заряд Q потрібно вмістити у центр трикутника, щоб система зарядів перебувала у рівновазі?

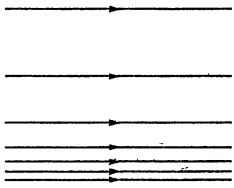
1.9. У вершинах квадрата вміщено чотири однакові однойменні заряди q. Який заряд Q потрібно вмістити у центр квадрата, щоб система перебувала у рівновазі?

1.10. Початкова швидкість точкового електричного заряду, вміщеного в електростатичне поле, дорівнює нулю. Чи збігається траєкторія руху заряду із силовою лінією поля?

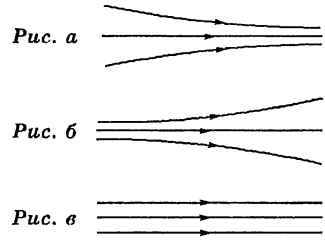
---

*) У цьому розділі використовується позначення $k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$.

1.11*. Чи можна створити електростатичне поле, лінії напруженості якого мають вигляд, що показано на рисунку?



До задачі 1.11



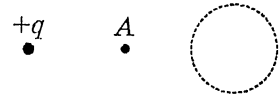
До задачі 1.12

1.12. На рис. *а*, *б*, *в* показано картини силових ліній трьох електричних полів. Як поводитиметься незаряджена кулька, вміщена в кожне з цих полів?

1.13*. Три однакових позитивних заряди q розміщено у вершинах рівнобічного трикутника зі стороною a. Визначте величину напруженості поля E в точці A, що лежить на відстані a від кожного із зарядів.

1.14*. В однорідне електричне поле вносять металеву незаряджену кулю. Де й які індуковані заряди виникнуть на кулі? Намалюйте лінії напруженості поля та еквіпотенціальні поверхні.

1.15*. Електричне поле створюється позитивним точковим зарядом. Як зміняться напруженість E та потенціал φ поля в точці A (див. рисунок), якщо праворуч від неї вмістити незаряджену кулю?



1.16. Порошинка маси $m = 3{,}0 \cdot 10^{-11}$ г знаходиться між горизонтальними пластинами плоского конденсатора. Під дією ультрафіолетового випромінювання порошинка втратила частину заряду і почала опускатися. Щоб відновити рівновагу, знадобилося збільшити напругу на $\Delta U = 25$ В. Який заряд Δq втратила порошинка? Скільки елементарних електричних зарядів він складає? Відстань між пластинами конденсатора $d = 5{,}2$ мм, початкова напруга $U_0 = 480$ В.

1.17*. Дві однакові однойменно заряджені кульки, підвішені в одній точці на нитках рівної довжини, опускають у гас. При цьому кут розходження ниток не змінюється. Яка густина ρ матеріалу кульок?

1.18*. На нитках рівної довжини, закріплених в одній точці, висять дві однакові маленькі металеві кульки. Кулькам надали рівні заряди, внаслідок чого вони розійшлися на відстань $a = 9{,}5$ см, яка набагато менша за довжину ниток. Потім

одну з кульок розрядили. Що станеться з кульками після цього? За якої відстані b між кульками знов установиться рівновага?

1.19*. Три маленькі однаково заряджені кульки масою $m = 4{,}0$ г кожна підвішені на шовкових нитках завдовжки $l = 1{,}0$ м. Верхні кінці ниток закріплено в одній точці. Відстань між будь-якими двома кульками $a = 5{,}0$ см. Який заряд q кожної кульки?

Робота електростатичного поля. Потенціал. Провідники та діелектрики в електростатичному полі

1.20. Два електрони, що перебувають у початковий момент далеко один від одного, прямують назустріч вздовж однієї прямої з однаковими за модулем швидкостями $v_0 = 1000$ км/с. На яку найменшу відстань вони зблизяться?

1.21*. Два електрони перебувають на великій відстані один від одного. Спочатку один електрон є нерухомим, а другий наближається до нього з початковою швидкістю $v_0 = 1000$ км/с, напрямленою вздовж прямої, що сполучає електрони. На яку найменшу відстань вони зблизяться? З якими швидкостями розлетяться?

1.22*. Два однойменних точкових заряди q_1 та q_2 з масами m_1 і m_2 прямують назустріч один одному. Коли відстань між ними дорівнює r, їхні швидкості дорівнюють v_1 та v_2. До якої мінімальної відстані $r_{\min}$ зблизяться заряди?

1.23.** Чотири кульки, що мають однакові заряди q, розміщено вздовж однієї прямої так, що відстань між сусідніми кульками дорівнює a. Яку роботу A потрібно виконати, щоб розмістити ці кульки: а) у вершинах квадрата зі стороною a; б) у вершинах тетраедра з ребром a?

1.24.** Дві однакових металевих кульки радіуса $R = 1$ мм з'єднано довгим тонким проводом. Одну з них розміщено в розрідженому повітрі, а другу — посеред великої вакуумної камери. На розміщену у вакуумі кульку падає з великої відстані потік електронів із початковою швидкістю $v_0 = 3000$ км/с. Який заряд Q можна накопичити у такий спосіб на кульках? Якою буде відповідь, якщо збільшити початкову швидкість електронів до $v_0' = 10\ 000$ км/с? Електричний пробій розрідженого повітря відбувається за напруженості електричного поля $E_0 = 3 \cdot 10^4$ В/м.

1.25*. По тонкому металевому кільцю радіуса R рівномірно розподілено заряд q. Визначте напруженість поля E та потенціал φ у точці A, що розташована на осі кільця на відстані h від його центра.

1.26*. Електрон перебуває на осі тонкого кільця радіуса R на відстані h від його центра. Кільце дістає позитивний заряд q й починає притягувати електрон. Чи обов'язково електрон пролетить через центр кільця? З якою швидкістю v він може пролетіти поблизу цієї точки?

1.27*. Тонке дротяне кільце радіуса R несе на собі електричний заряд q. У центрі кільця розміщено однойменний із q заряд Q, причому $|Q| \gg |q|$. Визначте силу T, з якою розтягнуто кільце.

1.28.** Тонке дротяне кільце радіуса R має електричний заряд $+Q$. Маленька кулька маси m, що має заряд $-q$, може рухатися без тертя по тонкій діелектричній спиці, що проходить вздовж осі кільця. Як рухатиметься кулька, якщо її відвести від центра кільця на відстань $x_0 \ll R$ та відпустити без початкової швидкості? Визначте залежність $x(t)$. Як зміниться рух, якщо убрати спицю?

1.29*. Тонке нерухоме дротяне кільце радіуса R має заряд $+Q$. У центрі кільця міститься маленька кулька маси m із зарядом $-q$. Кульці надають початкову швидкість v_0, напрямлену вздовж осі кільця. Як залежить характер руху кульки від значення v_0?

1.30.** Точковий заряд $+q$ перебуває на відстані h від великої плоскої провідної пластини. З якою силою F діє пластина на заряд?

1.31*. Заряд Q рівномірно розподілено по об'єму непровідної кулі радіуса R. Чому дорівнює напруженість поля E на відстані r від центра кулі? Побудуйте графік залежності $E(r)$.

1.32.** Поверніться до умови задачі 1.31 й визначте потенціал поля φ на відстані r від центра кулі. Побудуйте графік залежності $\varphi(r)$.

1.33. Металева куля радіуса R має заряд Q. Чому дорівнюють напруженість поля E та потенціал φ на відстані r від центра кулі? Побудуйте графіки залежностей $E(r)$ та $\varphi(r)$.

1.34. Металеву позитивно заряджену кулю оточено товстим сферичним шаром діелектрика ($\varepsilon = 2$). Намалюйте картину силових ліній поля. Поясніть, чому поле стрибкоподібно змінюється при переході через межу діелектрика.

1.35.** Поза ізольованою металевою незарядженою сферою радіуса R на відстані r від її центра міститься точковий заряд q. Яким є потенціал сфери φ?

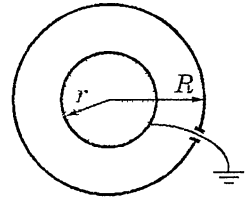
1.36.** Провідну кулю радіуса R сполучено тонким довгим дротом із землею. На відстані r від її центра розміщують позитивний точковий заряд q. Якого заряду Q набуває куля? Впливом дроту на поле можна знехтувати.

1.37. Дві металеві кулі радіусами $R_1 = 5$ см, $R_2 = 15$ см мають заряди $q_1 = 12$ нКл, $q_2 = -40$ нКл. Кулі сполучають тонким дротом. Який заряд Δq пройде по дроту? Відстань між кулями набагато більша від їхніх радіусів.

1.38*. Всередині порожнистої провідної незарядженої сфери радіуса R розміщено (не обов'язково в центрі) маленьку кульку з позитивним зарядом Q. 1) Які заряди індукуються на сфері? Як вони розподіляються по ній? 2) Який вигляд має картина силових ліній електричного поля? Чому дорівнює потенціал φ сфери? 3) Чи діятиме поле на позитивний точковий заряд q поза сферою, на відстані r від її центра? Якщо так, то з якою силою? Вважайте, що $q \ll Q$. 4) Як зміняться розподіл зарядів та поле, якщо сферу заземлити?

1.39*. Всередину порожнистої провідної незарядженої сфери вміщено кульку з зарядом q, після чого сферу на короткий час заземлюють, а потім кульку обережно виймають із сфери через невеликий отвір так, що вона не стикається із сферою. Який заряд має сфера після цього? Як його розподілено? Яке електричне поле сфери?

1.40*. Всередині тонкої металевої сфери радіуса $R = 20$ см (див. рисунок) вміщено металеву кулю радіуса $r = R/2$; центри кулі і сфери збігаються. Через маленький отвір у сфері проходить довгий провід, за допомогою якого кулю заземлено. На сферу вміщують заряд $Q = 20$ нКл. Знайдіть її потенціал φ.



1.41*. Три концентричні тонкі металеві сфери мають радіуси R_1, R_2, R_3, причому $R_1 < R_2 < R_3$. Першу та третю сферу заземлено, друга має заряд $Q > 0$. Визначте залежність $E(r)$ за всіх r, де E — напруженість електричного поля, а r — відстань від даної точки до центра сфер.

1.42*. Дві однакові металеві кульки радіуса r, що мають заряди q, розміщено на відстані $R \gg r$ одна від одної і далеко від землі. Кульки по черзі заземлюють на короткий час. Якими стануть заряди кульок після N заземлень кожної з них?

1.43. Металеву кулю радіуса R_1, заряджену до потенціалу φ_1, оточують концентричною з нею тонкою провідною сферичною оболонкою радіуса R_2. Яким стане потенціал кулі, якщо її сполучити провідником з оболонкою? Якщо сполучити оболонку з Землею, не з'єднуючи її з кулею?

1.44.** Дві однакові металеві кулі радіуса R, що перебувають далеко одна від одної, сполучено тонким ізольованим проводом. Кожна з куль має заряд Q і оточена концентричною з

нею тонкою незарядженою провідною сферичною оболонкою. Радіус однієї оболонки дорівнює $R + a$, радіус другої оболонки $R + b$, причому $a \ll R$, $b \ll R$. Який заряд q пройде по проводу, якщо обидві оболонки заземлити?

1.45.** По сферичній оболонці радіуса R рівномірно розподілено заряд Q. Знайдіть величину електростатичного тиску p_e, що розтягує оболонку.

1.46.** Краплині ртуті радіуса $R = 1$ мм, що перебуває у вакуумі, надали заряд $Q = 1$ нКл. Знайдіть тиск p всередині краплини. Поверхневий натяг ртуті $\sigma = 0{,}51$ Н/м.

Електрична ємність

1.47. У скільки разів зміниться ємність плоского конденсатора, якщо в нього ввести дві тонкі металеві пластини (див. рис. *а*)? Якщо сполучити ці пластинки проводом (див. рис. *б*)?

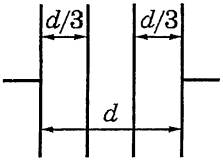


Рис. а

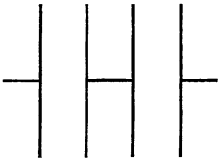
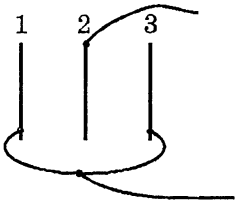


Рис. б

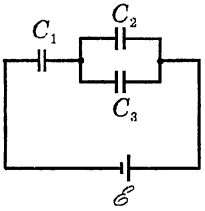
До задачі 1.47



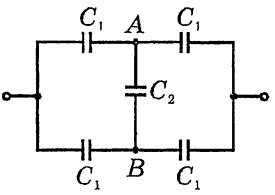
До задачі 1.48

1.48. Конденсатор складається з трьох смужок фольги площиною $S = 4$ см^2 кожна, розділених шарами слюди завтовшки $d = 0{,}2$ мм. Крайні смужки фольги сполучено між собою (див. рисунок). Яка ємність C такого конденсатора?

1.49. Знайдіть заряди на кожному з конденсаторів у колі, зображеному на рисунку, якщо $C_1 = 2$ мкФ, $C_2 = 4$ мкФ, $C_3 = 6$ мкФ, $\mathscr{E} = 18$ В.



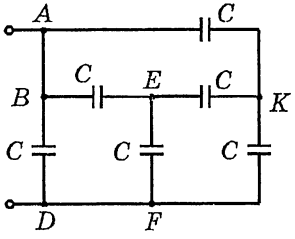
До задачі 1.49



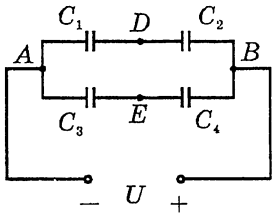
До задачі 1.50

1.50*. Знайдіть ємність C_0 батареї конденсаторів, зображеної на рисунку.

1.51*. Знайдіть ємність C_0 представленої на рисунку батареї однакових конденсаторів.



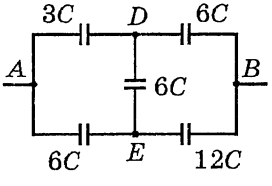
До задачі 1.51



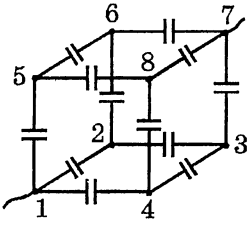
До задачі 1.52

1.52*. Знайдіть заряд кожного з конденсаторів та різницю потенціалів між точками D та E (див. рисунок), якщо $C_1 = C_2 = C_3 = C$, а $C_4 = 4C$. До точок A і B підведено напругу U.

1.53*. Знайдіть ємність C_0 показаної на рисунку батареї конденсаторів.



До задачі 1.53



До задачі 1.54

1.54*. Із дроту зроблено куб, у кожне ребро якого уставлено конденсатор ємності C. Куб підключений до кола протилежними вершинами, як показано на рисунку. Знайдіть ємність C_0 здобутої батареї конденсаторів.

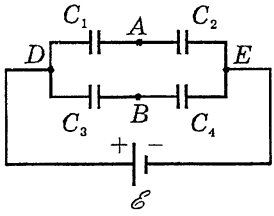
1.55. Два однакових плоских конденсатори з'єднані паралельно й заряджені до напруги $U_0 = 240$ В. Після відключення від джерела струму відстань між пластинами одного з конденсаторів зменшили у три рази. Якою стала напруга U на конденсаторах?

1.56. Два однакових плоских повітряних конденсатори з'єднані послідовно та підключені до джерела постійної напруги U. У скільки разів зміниться напруженість електричного поля в кожному з конденсаторів, якщо один з них заповнити діелектриком з діелектричною проникністю ε?

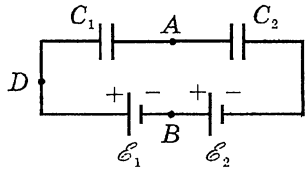
1.57*. Два конденсатори, що мають ємності $C_1 = 10$ мкФ та $C_2 = 50$ мкФ, з'єднано послідовно. Конденсатори можуть витримати напругу відповідно U_1 та U_2. Яку найбільшу напругу U_{max} витримає батарея з цих конденсаторів? Розв'яжіть задачу при а) $U_1 = U_2 = 120$ В; б) $U_1 = 120$ В, $U_2 = 6$ В.

1.58*. П'ять точок парами сполучені конденсаторами ємності C. Яка ємність C_0 між будь-якими двома з цих точок? Якою буде відповідь для довільного числа точок n?

1.59*. Знайдіть різницю потенціалів між точками A та B у колі (див. рисунок). Якою стане ця різниця потенціалів і повна ємність C системи конденсаторів, якщо між точками A і B увімкнути резистор з опором R?



До задачі 1.59



До задачі 1.60

1.60. Знайдіть різницю потенціалів між точками A і B (див. рисунок).

1.61. Знайдіть ємності показаних на рис. *а-е* систем. Усі конденсатори мають однакову ємність C.

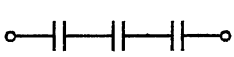


Рис. а

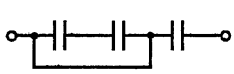


Рис. б

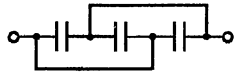


Рис. в

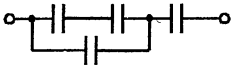


Рис. г

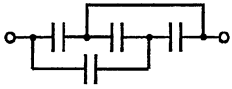


Рис. д

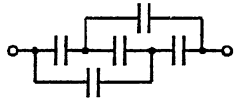
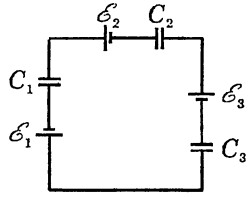
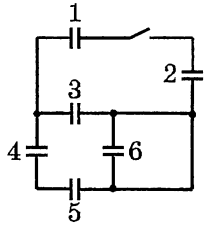


Рис. е

1.62*. Три джерела ЕРС та три конденсатори сполучено так, як показано на рисунку. Знайдіть напругу U на кожному з конденсаторів, якщо $\mathscr{E}_1 = 300$ В, $\mathscr{E}_2 = 150$ В, $\mathscr{E}_3 = 100$ В, $C_1 = 15$ мкФ, $C_2 = 10$ мкФ, $C_3 = 5$ мкФ.

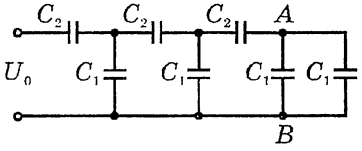


1.63*. У колі (див. рисунок) ємність кожного конденсатора дорівнює C. Спочатку ключ розімкнуто, конденсатор 1 заряджений до напруги U_0, решта конденсаторів не заряджені. Знайдіть напругу на кожному з конденсаторів після замикання ключа.



1.64*. Дві однакові металеві квадратні пластини розміром $a \times a$ перебувають на відстані $d \ll a$ одна від одної. Одна з пластин має заряд $3Q$, а друга — заряд Q. Знайдіть напругу U між пластинами. Як розподіляються заряди по кожній із пластин?

1.65*. Знайдіть різницю потенціалів U між точками A і B (див. рисунок), якщо $U_0 = 80$ В. Ємності конденсаторів: $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ.



1.66*. Простір між обкладками плоского конденсатора частково заповнено діелектриком із діелектричною проникністю ε. Площа пластин конденсатора дорівнює S. Знайдіть ємність конденсатора C у кожному з випадків, показаних на рисунках *а*, *б*, *в*.

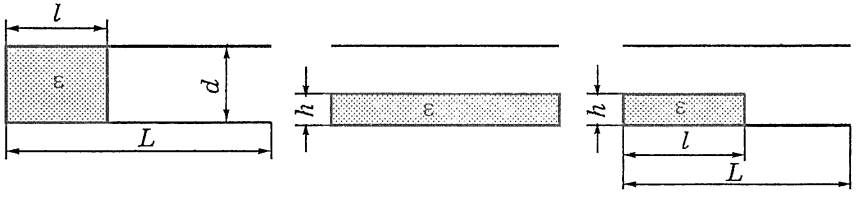
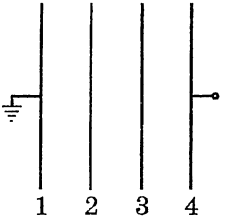


Рис. а *Рис. б* *Рис. в*

1.67*. Розв'яжіть задачу 1.66 для випадків *б*, *в*, замінивши діелектрик на провідник.

1.68*. У плоский конденсатор вміщено дві паралельні тонкі металеві пластини на однаковій відстані одна від одної та від обкладок конденсатора (див. рисунок). На обкладки конденсатора подано напругу U, обкладку 1 заземлено. 1) Які потенціали пластин 2 і 3? 2) Як зміняться потенціали пластин та напруженість поля в усіх трьох проміжках, якщо пластини 2 і 3 з'єднати провідником? 3) У скільки разів зміниться при цьому ємність конденсатора? Чи зміняться заряди на обкладках 1 та 4?



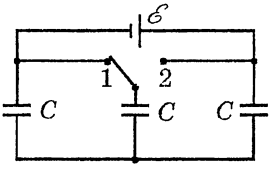
Енергія електричного поля. Рух заряджених часток в електричному полі

1.69*. Конденсатор підключено до акумулятора. Як змінюватиметься енергія конденсатора при розсуванні його пластин? Як узгоджується ця зміна із законом збереження енергії? Якою буде відповідь у випадку, якщо заряджений конденсатор від'єднали від акумулятора перед розсуванням пластин?

1.70*. Заряджений конденсатор заповнюють діелектриком з діелектричною проникністю ε. Як змінюються заряд конденсатора q, напруга U, напруженість поля в конденсаторі E, його енергія W, якщо: а) конденсатор від'єднано від батареї; б) конденсатор підключено до батареї?

1.71*. Заряджений плоский конденсатор, від'єднаний від джерела ЕРС, вміщено у посудину з рідким діелектриком. Якщо відкрити кран у дна посудини, діелектрик витече, і енергія конденсатора збільшиться (пор. із задачею 1.70). За рахунок якої енергії збільшиться енергія конденсатора?

1.72. В якому випадку доведеться здійснити більшу роботу при розсуванні пластин плоского конденсатора: а) конденсатор після зарядження від'єднаний від джерела; б) конденсатор залишається підключеним до джерела напруги?

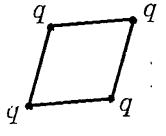


1.73.** Яка кількість теплоти Q виділиться у всьому колі при переведенні ключа з положення 1 в положення 2 (див. рисунок)? Енергією електромагнітного випромінювання можна знехтувати.

1.74*. Краплина ртуті, заряджена до потенціалу φ_0, розпадається на N однакових краплин з однаковими зарядами, і краплі розлітаються на велику відстань одна від одної. Знайдіть потенціал φ кожної з краплин, що утворилися.

1.75.** У скільки разів змінюється енергія електричного поля при розпаді зарядженої краплини ртуті на N однакових краплин, що розлітаються на велику відстань одна від одної?

1.76*. Чотири однакові кульки з однаковими однойменними зарядами q (див. рисунок) зв'язано однаковими нерозтяжними нитками. Доведіть, що рівновага досягається, коли кульки розміщуються у вершинах квадрата.



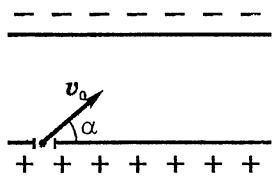
1.77.** Всередині гладкої діелектричної сфери радіуса R розміщено маленьку кульку маси m із зарядом $+q$. Який заряд Q треба помістити в нижній точці сфери, щоб кулька утримувалася в її верхній точці? Поляризацією сфери можна знехтувати.

1.78. Керуючі пластини електронно-променевої трубки утворюють плоский конденсатор. Відстань між пластинами $d = 10$ мм, довжина пластин $l = 50$ мм. Електрони влітають у конденсатор паралельно пластинам зі швидкістю $\upsilon = 2{,}0 \cdot 10^7$ м/с. На пластини подають різницю потенціалів $U = 50$ В. Яка форма

траєкторії електронів усередині конденсатора? На яку відстань h від початкового напряму зміститься електрони до моменту вилітання з конденсатора?

1.79*. На яку відстань H від початкового положення зміститься світла точка на екрані електронно-променевої трубки (див. задачу 1.78) після подання напруги на керуючі пластини? Відстань від краю конденсатора до екрана $L = 20$ см.

1.80. Електрон влітає зі швидкістю v_0 у простір між пластинами плоского конденсатора через отвір у нижній пластині під кутом α до площини пластин (див. рисунок). Відстань між пластинами дорівнює d, напруга U. На яку найменшу відстань s наблизиться електрон до верхньої пластини? Розміри пластин вважайте досить великими.



1.81*. У плоский конденсатор завдовжки $l = 5{,}0$ см влітає електрон під кутом $\alpha = 15°$ до пластин. Енергія електрона $W = 1500$ еВ, відстань між пластинами $d = 10$ мм. За якої напруги U на конденсаторі електрон вилетить паралельно пластинам конденсатора? Якою буде відповідь, якщо довжину конденсатора збільшити до 10 см?

1.82. Електрон влітає у плоский конденсатор паралельно його пластинам зі швидкістю $v_0 = 2{,}0 \cdot 10^7$ м/с. Напруженість поля в конденсаторі $E = 2{,}5 \cdot 10^4$ В/м, довжина конденсатора $l = 80$ мм. Знайдіть величину v та напрямок швидкості електрона в момент вилітання з конденсатора.

1.83. Пучок електронів, розігнаних напругою $U_1 = 5{,}0$ кВ, влітає у плоский конденсатор посередині між пластинами і паралельно їм. Довжина конденсатора $l = 10$ см, відстань між пластинами $d = 10$ мм. За якої найменшої напруги U_2 на конденсаторі електрони не вилітатимуть з нього?

1.84.** Плоский повітряний конденсатор являє собою дві квадратні металеві пластини розміром $a \times a$, розміщені на відстані d одна від одної, причому $d \ll a$. Пластини є вертикальні, їхні нижні краї горизонтальні. Конденсатор заряджають та, від'єднавши його від джерела напруги, підносять до нього широку посудину з непровідною рідиною так, щоб поверхня рідини торкнулася нижніх країв пластин. Рідина втягується в конденсатор і встановлюється на деякій висоті. Чому дорівнює ця висота h, якщо напруга на конденсаторі наприкінці процесу дорівнює U? Густина рідини ρ, діелектрична проникність ε. Пов[illegible] [illegible]ом можна знехтувати.

2. ЗАКОНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Закон Ома для ділянки кола

2.1. Мідний дріт маси m = 300 г має електричний опір R = 57 Ом. Знайдіть довжину дроту l і площу його поперечного перерізу S.

2.2. Густиною струму j називається відношення сили струму у провіднику до площі перерізу цього провідника: $j = I/S$. Виразіть густину струму через напруженість електричного поля E у провіднику та питомий опір провідника ρ.

2.3. Для вимірювання опору провідника R використовують одну із схем (рис. *а*, *б*). Опір провідника обчислюють за *наближеною* формулою $R = U/I$, де U — показ вольтметра, I — показ амперметра. Яка із схем дає меншу похибку при вимірюванні великих опорів? Малих опорів? Виведіть формули, що дають змогу за допомогою цих схем виміряти R якомога точніше, знаючи опори амперметра R_A та вольтметра R_V.

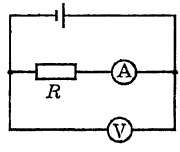


Рис. а

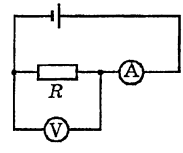
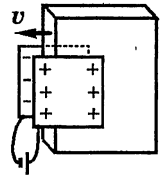


Рис. б

2.4. Для вимірювання опору резистора R складено схему, показану на рис. *б* до задачі 2.3. Показ амперметра I = 2,0 А, показ вольтметра U = 120 В. Знайдіть R, якщо опір вольтметра R_V = 3,0 кОм. Яку похибку (абсолютну та відносну) спричинить використання наближеної формули $R = U/I$?

2.5*. Як за допомогою вольтметра, мікроамперметра та джерела ЕРС із невідомим внутрішнім опором виміряти величину невідомого опору R, порівнянного з опором вольтметра?

2.6*. Плоский конденсатор із квадратними пластинами 10 см × 10 см, що перебувають на відстані d = 2,0 мм одна від одної, під'єднано до джерела постійної напруги U = 750 В. У простір між пластинами всувають із сталою швидкістю v = 40 см/с скляну пластину завтовшки 2,0 мм (див. рисунок). Яка при цьому сила струму i в колі?



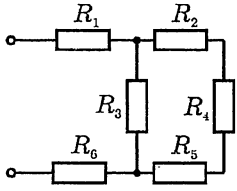
Послідовне та паралельне з'єднання. Обчислення опору кола

2.7. Із дроту з опором R_0 = 32 Ом зроблено кільце. В яких точках кільця слід під'єднати проводи, щоб здобути опір R = 6 Ом?

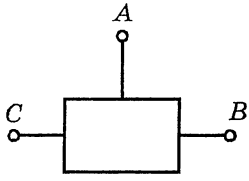
2.8. Яке максимально можливе значення опору між двома точками дротяного кільця (див. задачу 2.7)?

2.9. Які опори R можна здобути, використовуючи не більше ніж чотири резистори з опором R_0? Накресліть відповідні схеми з'єднань.

2.10. З однакових резисторів по 10 Ом потрібно скласти коло опором 6 Ом. Яка найменша кількість резисторів для цього знадобиться? Накресліть схему кола.



2.11. Знайдіть повний опір R показаного на рисунку кола, якщо $R_1 = R_2 = R_5 = R_6$ = 3 Ом; R_3 = 20 Ом, R_4 = 24 Ом. Знайдіть силу струму, що проходить через кожний резистор, якщо до кола прикладена напруга U = 36 В.



2.12*. «Чорний ящик» має три клеми A, B, C (див. рисунок). Відомо, що він містить лише резистори. Опори «чорного ящика» при підключенні до різних пар клем такі: R_{AB} = 5 Ом, R_{BC} = 8 Ом, R_{AC} = 9 Ом. Запропонуйте схему «чорного ящика», що містить мінімально можливу кількість резисторів.

2.13*. Для кожної з трьох схем вмикання реостата (рис. *а*, *б*, *в*) побудуйте графік залежності опору кола R від опору r правої частини реостата. Обмотка реостата має опір R_0.

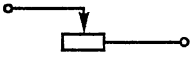


Рис. а

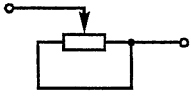


Рис. б

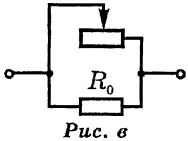
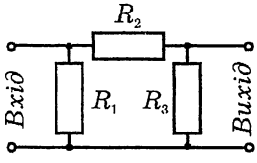


Рис. в

2.14. Якщо на вхід електричного кола (див. рисунок) подано напругу U_1 = 100 В, то напруга на виході U_3 = 40 В; при цьому через резистор R_2 проходить струм I_2 = 1 А. Якщо ж на вихід кола подати напругу U_3' = 60 В, то напруга на вході буде U_1' = 15 В. Знайдіть опори R_1, R_2, R_3.



2.15*. Знайдіть опір R кожного з кіл, показаних на рисунках *а*, *б*, *в*. Опір кожного резистора R_0, опором з'єднувальних проводів можна знехтувати.

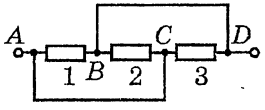


Рис. а

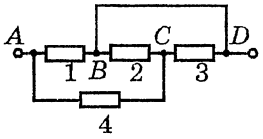


Рис. б

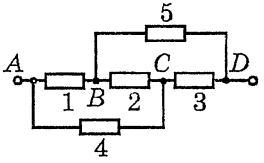
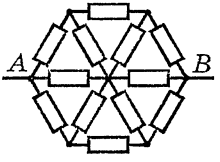


Рис. в

2.16*. Знайдіть опір R дротяного тетраедра, увімкненого у коло двома вершинами. Опір кожного ребра R_0.

2.17*. Є n точок, що парами з'єднані резисторами. Який опір R між будь-якими двома з цих точок, якщо опір кожного резистора R_0?

2.18*. Знайдіть опір R між точками A і B показаного на рисунку кола. Опір кожного з резисторів R_0.

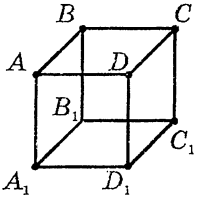


До задачі 2.18

2.19*. Знайдіть опір R дротяного куба (див. рисунок) між точками A_1 та C. Опір кожного ребра R_0.

2.20*. Знайдіть опір R дротяного куба (див. рисунок) між точками A_1 та D. Опір кожного ребра R_0.

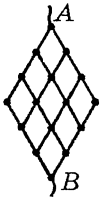
2.21*. Знайдіть опір R дротяного куба (див. рисунок) між точками A та A_1. Опір кожного ребра R_0.



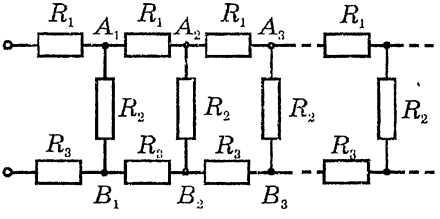
До задач 2.19 – 2.21

2.22*. Знайдіть опір R кола (див. рисунок) між точками A та B, якщо опір кожної ланки R_0.

До задачі 2.22



До задачі 2.23

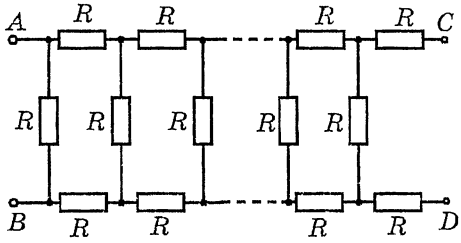


До задачі 2.24

2.23*. Знайдіть опір R кола (див. рисунок) між точками A та B, якщо опір кожної ланки R_0.

2.24.** Знайдіть опір R нескінченного кола, показаного на рисунку.

2.25*. Опір кола вимірюється між точками A та B (див. рисунок). Який опір R_x необхідно увімкнути між точками C і D, щоб опір усього кола не залежав від кількості комірок у ньому?

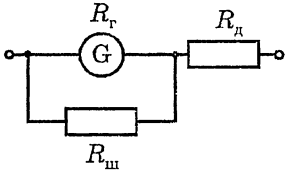


2.26*. Коло (див. задачу 2.25) містить N комірок. Між точками C і D увімкнений опір $R_x = (\sqrt{3}-1)R$. У скільки разів напруга на виході кола (між точками C і D) менша від напруги на вході (між точками A і B)?

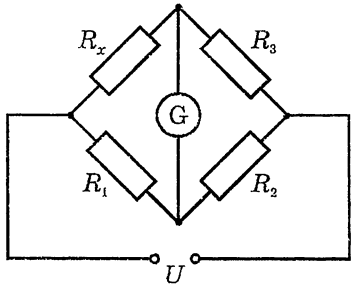
2.27*. До гальванометра з опором $R_г = 330$ Ом приєднали шунт, що знижує чутливість гальванометра в $n = 10$ разів. Який опір R слід підключити тепер послідовно, щоб загальний опір кола не змінився?

2.28*. До міліамперметра, розрахованого на максимальний струм $I = 100$ мА, приєднують додатковий опір, щоб здобути вольтметр, яким можна вимірювати напругу до $U = 220$ В. Якою має бути величина $R_д$ цього опору, якщо відомо, що при шунтуванні міліамперметра опором $R_ш = 0{,}2$ Ом ціна його поділки зростає в $n = 10$ разів?

2.29. Гальванометр зі шунтом з'єднаний послідовно з резистором, опір якого $R_д$ (див. рисунок), і використовується як вольтметр. Як треба змінити $R_д$, щоб збільшити ціну поділки вольтметра в n разів? Опір гальванометра $R_г$, шунта $R_ш$.



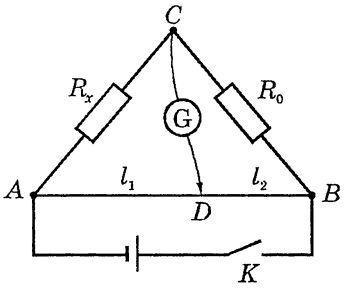
До задачі 2.29



До задачі 2.30

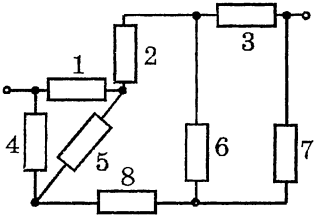
2.30*. У колі, представленому на рисунку, гальванометр показує відсутність струму. Виразіть опір R_x через R_1, R_2, R_3.

2.31*. На рисунку показано схему містка Уїтстона для вимірювання опорів. Тут R_0 — еталонний опір, R_x — невідомий опір. Ковзний контакт D, сполучений із гальванометром G, переміщується по проводу AB, що має великий опір. Доведіть, що струм через гальванометр не проходить, якщо виконано умову $R_x/R_0 = l_1/l_2$. Опором з'єднувальних проводів можна знехтувати.

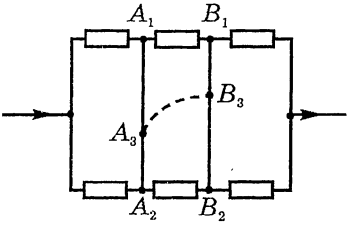


2.32*. При складанні містка Уїтстона (див. задачу 2.31) помилилися та поміняли місцями гальванометр G і ключ K. Як можна виміряти невідомий опір R_x за допомогою такої схеми?

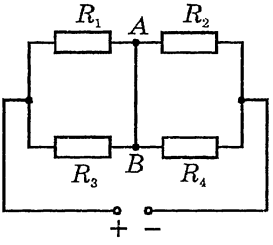
2.33*. Знайдіть силу струму через кожний із резисторів (див. рисунок), якщо до кола прикладена напруга U = 84 В. Опори резисторів $R_1 = R_5 = R_8$ = 12 Ом; $R_2 = R_6 = = R_7$ = 6 Ом; R_3 = 3 Ом; R_4 = 24 Ом.



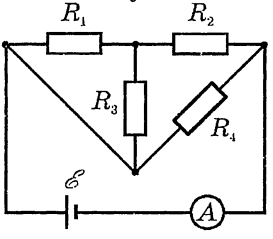
2.34*. У колі (див. рисунок) опори резисторів підібрано так, що струми через провідники A_1A_2 та B_1B_2 не йдуть. Чи виникнуть струми в цих ділянках кола, якщо з'єднати провідником точки A_3 та B_3? Як зміняться при цьому потенціали точок A_1, A_2, B_1, B_2?



2.35*. Який струм іде через провідник AB (див. рисунок), якщо $R_1 = R_4 = R$, а $R_2 = R_3 = 3R$? До кола прикладена напруга U. Опором провідника AB можна знехтувати.



До задачі 2.35

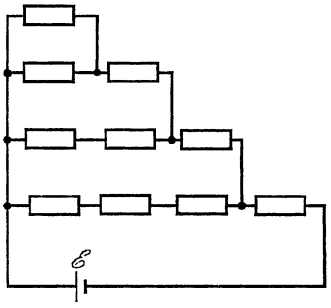


До задачі 2.36

2.36. Яку силу струму I покаже амперметр у зображеному на рисунку колі? Опори резисторів: R_1 = 6 Ом,

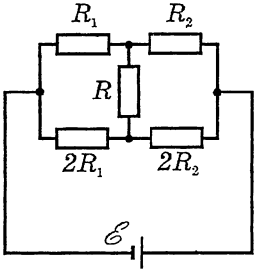
R_2 = 8 Ом, R_3 = 12 Ом, R_4 = 24 Ом. ЕРС джерела $\mathscr{E}$ = 36 В, його внутрішній опір r = 1 Ом.

2.37. Знайдіть силу струму I через джерело та напругу U на джерелі (див. рисунок), якщо його ЕРС $\mathscr{E}$ = 15 В, а внутрішній опір r = 4 Ом. Опори усіх резисторів однакові: R = 68 Ом.

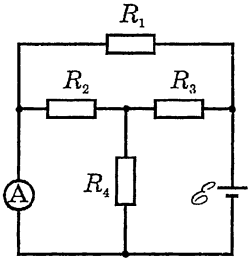


До задачі 2.37

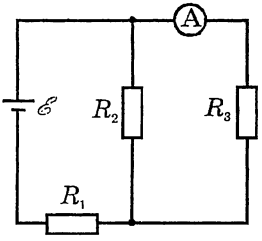
2.38*. Знайдіть силу струму I_1 через резистор з опором R_1 (див. рисунок). Опори резисторів: R_1 = 5 Ом, R_2 = 7 Ом, R = 2 Ом. ЕРС джерела $\mathscr{E}$ = 30 В, його внутрішній опір r = 2 Ом.



До задачі 2.38



До задачі 2.39



До задачі 2.42

2.39*. Знайдіть силу струму I_A через амперметр (див. рисунок), якщо опори резисторів R_1 = 20 Ом, R_2 = R_4 = 8 Ом, R_3 = 1 Ом. ЕРС джерела $\mathscr{E}$ = 50 В, його внутрішній опір r = 1 Ом. Опором амперметра можна знехтувати.

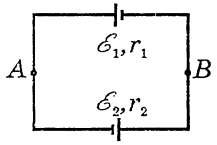
2.40. Коло складається з акумулятора та лампи. При цьому напруга на затискачах акумулятора U_1 = 20 В. При паралельному підключенні ще однієї такої ж самої лампи напруга падає до U_2 = 15 В. Знайдіть опір R кожної лампи. Вважайте, що опір лампи не залежить від її розжарення. Внутрішній опір акумулятора r = 1 Ом.

2.41*. Два з'єднаних послідовно вольтметри підключено до клем джерела струму. Покази вольтметрів U_1 = 5 В та U_2 = 15 В. Якщо підключити до джерела лише перший вольтметр, він покаже U_1' = 19 В. Знайдіть ЕРС джерела.

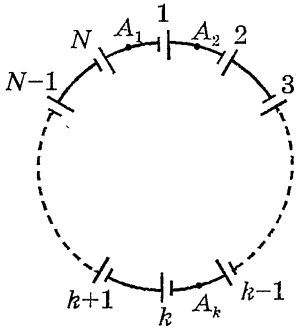
2.42*. Знайдіть показ амперметра у схемі (див. рисунок), якщо $\mathscr{E}$ = 15 В, R_1 = 4,2 Ом, R_2 = 8 Ом, R_3 = 12 Ом. Яким стане цей показ, якщо поміняти місцями амперметр та джерело ЕРС? Внутрішні опори джерела та амперметра малі в порівнянні з опорами резисторів.

2.43. До акумулятора з внутрішнім опором $r = 0{,}01$ Ом підключено резистор з опором $R = 10$ Ом. Вольтметр дає однакові покази як за послідовного, так і за паралельного підключення до резистора. Знайдіть опір вольтметра R_V.

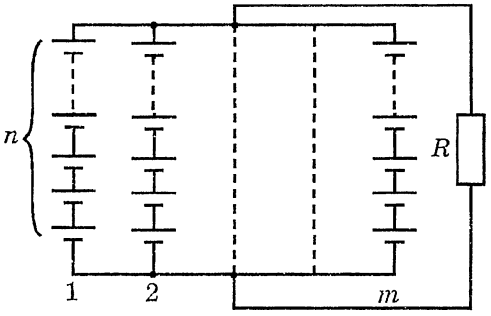
2.44*. Два джерела ЕРС з'єднано, як показано на рисунку. Знайдіть різницю потенціалів між точками A і B. Якою стане різниця потенціалів, якщо змінити полярність вмикання другого джерела?



2.45*. У колі, показаному на рисунку, ЕРС кожного елемента $\mathscr{E}$, внутрішній опір r. Яка різниця потенціалів між точками A_1 та A_2? Між точками A_1 та A_k? Опором сполучних проводів можна знехтувати.



До задачі 2.45



До задачі 2.47

2.46*. Як зміниться відповідь у задачі 2.45, якщо всі елементи будуть обернені один до одного однойменними полюсами? (Повна кількість елементів N у цьому випадку має бути парною).

2.47.** N однакових елементів треба сполучити в батарею згідно із схемою, показаною на рисунку. Внутрішній опір кожного елемента r. За яких значень m і n сила струму через резистор з опором R, підключений до батареї, буде найбільшою? Розв'яжіть задачу при $N = 100$, $r = 1$ Ом, $R = 2$ Ом.

2.48.** У колі з зовнішнім опором $R = 2$ Ом необхідно забезпечити силу струму $I = 2$ А. Яке найменше число N елементів знадобиться для цього, і як вони мають бути сполучені в батарею, якщо ЕРС кожного елемента $\mathscr{E} = 2$ В, а внутрішній опір $r = 1$ Ом?

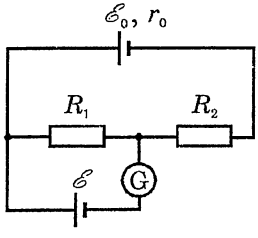
2.49*. Наприкінці заряджання акумулятора сила струму $I_1 = 3{,}0$ А, а напруга на клемах $U_1 = 8{,}85$ В. На початку розряджання того ж самого акумулятора сила струму

I_2 = 4,0 А, а напруга U_2 = 8,5 В. Знайдіть ЕРС $\mathscr{E}$ та внутрішній опір r акумулятора.

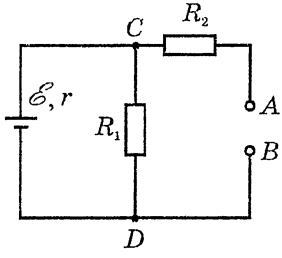
2.50*. Генератор з ЕРС $\mathscr{E}_1$ = 24 В та внутрішнім опором r_1 = 0,10 Ом заряджає акумулятор з ЕРС $\mathscr{E}_2$ = 20 В та внутрішнім опором r_2 = 0,30 Ом. Паралельно акумуляторові ввімкнено лампу з опором R = 1,5 Ом. Які струми I_1, I_2, I_3 протікають через генератор, акумулятор та лампу?

2.51. Два елементи з ЕРС $\mathscr{E}_1$ та $\mathscr{E}_2$, що мають внутрішні опори r_1 та r_2, з'єднано послідовно. За якого зовнішнього опору R напруга на затискачах одного з елементів дорівнює нулю? На затискачах якого саме елемента це можливо?

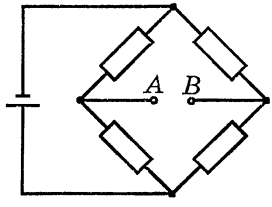
2.52*. У колі (див. рисунок) гальванометр показує відсутність струму. Еталонний елемент має ЕРС $\mathscr{E}_0$ = 1,5 В, внутрішній опір r_0 = 1,5 Ом. Опори резисторів R_1 = 4 Ом, R_2 = 4,5 Ом. Знайдіть ЕРС акумулятора $\mathscr{E}$.



До задачі 2.52



До задачі 2.54



До задачі 2.55

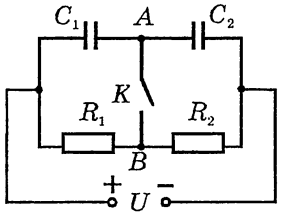
2.53. Реостат підключено до джерела струму. При зміні опору реостата від R_1 = 4,0 Ом до R_2 = 9,5 Ом сила струму в колі змінюється від I_1 = 8,0 А до I_2 = 3,6 А. Знайдіть ЕРС $\mathscr{E}$ джерела струму та його внутрішній опір r.

2.54. Резистор з опором R підключають до клем A і B (див. рисунок). Знайдіть силу струму I через цей резистор.

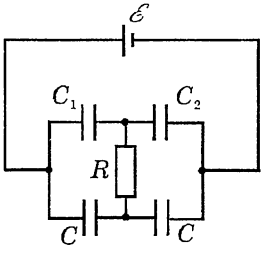
2.55.** Якщо до точок A і B показаного на рисунку кола підключити ідеальний вольтметр (що має нескінченно великий опір), він покаже напругу U_0. Якщо до тих самих точок підключити ідеальний амперметр (що має нульовий опір), він покаже силу струму I_0. Знайдіть силу струму I, що протікає по увімкненому між точками A і B резистору з опором R.

Кола з резисторами та конденсаторами

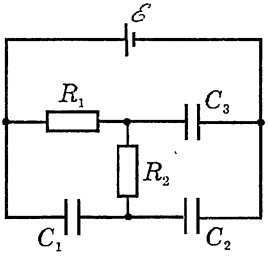
2.56*. Який заряд пройде через ключ K (див. рисунок) після його замикання?



До задачі 2.56



До задачі 2.58



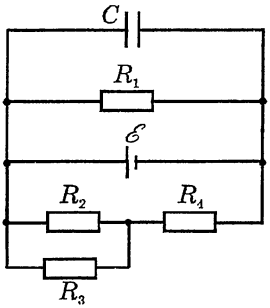
До задачі 2.59

2.57. Знайдіть різницю потенціалів між точками A і B (див. схему до задачі 2.56) до замикання ключа K.

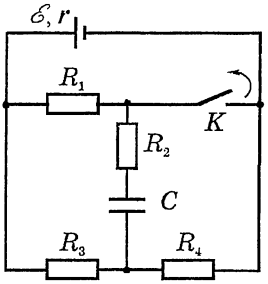
2.58. Знайдіть напруги U_1 та U_2 на конденсаторах з ємностями C_1 і C_2 (див. рисунок).

2.59. Знайдіть напруги U_1, U_2, U_3 на кожному з конденсаторів (див. рисунок).

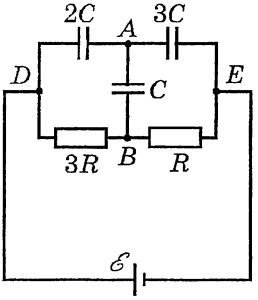
2.60. Знайдіть ЕРС джерела (див. рисунок), якщо заряд конденсатора q = 1,08 мКл. Опори резисторів R_1 = 90 Ом, R_2 = 30 Ом, R_3 = 60 Ом, R_4 = 40 Ом. Внутрішній опір джерела r = 1 Ом. Ємність конденсатора C = 5 мкФ.



До задачі 2.60



До задачі 2.61

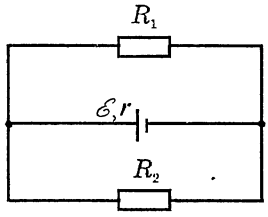


До задачі 2.62

2.61*. Який заряд q пройде через резистор R_2 (див. рисунок) після розмикання ключа K? Опори резисторів однакові: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$.

2.62*. Знайдіть заряд q на конденсаторі ємністю C (див. рисунок). Внутрішнім опором джерела можна знехтувати.

Робота та потужність струму

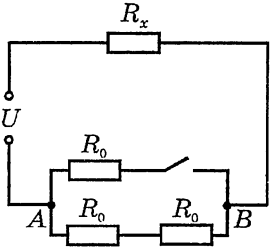


2.63. Знайдіть напругу U на полюсах джерела ЕРС (див. рисунок) та загальну потужність P, що споживається резисторами. Які струми I_1 та I_2 протікають через резистори? Опори резисторів $R_1 = 8$ Ом, $R_2 = 24$ Ом; ЕРС джерела $\mathscr{E} = 40$ В, його внутрішній опір $r = 2$ Ом.

2.64. Електричний нагрівник живиться від N однакових акумуляторів, кожний з яких має внутрішній опір r. Нагрівник споживає однакову потужність як за послідовного, так і за паралельного з'єднання акумуляторів. Знайдіть опір нагрівника R.

2.65. Акумуляторна батарея має ЕРС $\mathscr{E} = 12$ В і внутрішній опір $r = 0{,}10$ Ом. Скільки лампочок потужністю $P_0 = 25$ Вт кожна, розрахованих на напругу $U = 10$ В, можна підключити до цього джерела ЕРС, щоб вони горіли нормальним жаром?

2.66*. У квартирі увімкнуто єдиний електричний прилад — лампа номінальною потужністю $P_1 = 100$ Вт, розрахована на напругу 220 В. На скільки зміниться напруга на лампі, якщо увімкнути електрокамін номінальною потужністю $P_2 = 500$ Вт? Опір проводів, що підводять до квартири електроенергію, становить $R_0 = 4$ Ом. Напруга в колі $U = 220$ В. Залежність опору електроприладів від температури не враховуйте.



До задачі 2.67

2.67. На ділянці AB кола (див. рисунок) виділяється однакова потужність при розімкненому та замкненому ключі. Знайдіть опір R_x, якщо $R_0 = 20$ Ом. Напругу U вважайте незмінною.

2.68. До джерела підключають по черзі резистори з опорами R_1 та R_2. В обох випадках на резисторах виділяється однакова потужність. Знайдіть внутрішній опір r джерела.

2.69. Є два резистори з опорами $R_1 = 2{,}0$ Ом та $R_2 = 4{,}5$ Ом. Їх вмикають до джерела струму спочатку паралельно, а потім послідовно. За якої величини внутрішнього опору r джерела струму в обох випадках у зовнішньому колі виділяється однакова потужність?

2.70*. Електричні нагрівники з опорами $R_1 = 3{,}0$ Ом та $R_2 = 48$ Ом по черзі підключають до джерела ЕРС. Кожен з них споживає при цьому однакову потужність $P = 1{,}2$ кВт. Знайдіть силу струму $I_{кз}$ при короткому замиканні джерела.

2.71. На одній лампочці написано «220 В, 60 Вт», на іншій «220 В, 40 Вт». Лампочки з'єднують послідовно і вмикають у мережу з напругою 220 В. Знайдіть повну споживану потужність, а також потужність кожної з лампочок при такому вмиканні. Залежність опору ламп від температури не враховуйте.

2.72. Є п'ять електричних лампочок, розрахованих на напругу 9 В кожна. Три з них мають номінальну потужність по 4 Вт, дві — по 6 Вт. Як треба увімкнути їх у мережу з напругою 18 В, щоб усі вони горіли нормальним жаром?

2.73*. Знайдіть струм короткого замикання $I_{кз}$ акумуляторної батареї, якщо при струмі $I_1 = 5$ А навантаження споживає потужність $P_1 = 30$ Вт, а при струмі $I_2 = 10$ А — потужність $P_2 = 40$ Вт.

2.74. Електричний чайник має дві обмотки. При вмиканні однієї з них вода закипає через $t_1 = 12$ хв, при вмиканні другої — через $t_2 = 24$ хв. Через який час закипить вода в чайнику, якщо увімкнути обидві обмотки паралельно? Послідовно? Теплообмін із повітрям не враховуйте.

2.75*. Селище, що споживає електричну потужність $P = 1200$ кВт, знаходиться на відстані $l = 5$ км від електростанції. Електроенергія передається при напрузі $U = 60$ кВ. Припустима відносна втрата напруги у проводі $k = 1\%$. Який мінімально можливий діаметр d мідних проводів лінії електропередачі?

2.76. У скільки разів слід підвищити напругу U на лінії електропередачі, щоб за передачі тієї ж самої потужності втрати в лінії зменшилися в 400 разів? Втрати в усіх випадках вважати малими в порівнянні з потужністю, що передається.

2.77*. Електропоїзд йде горизонтальною ділянкою шляху із сталою швидкістю, а потім з іншою сталою швидкістю долає підйом з ухилом $k = 0{,}04$. Споживана сила струму на горизонтальній ділянці $I_1 = 240$ А, а на підйомі $I_2 = 450$ А. Коефіцієнт опору руху $\mu = 0{,}02$. Знайдіть відношення швидкостей v_1 та v_2 на цих двох ділянках, вважаючи ККД двигуна незмінним.

2.78. Яку силу струму I треба пропустити через залізний дріт діаметра $D = 0{,}5$ мм, щоб через $\tau = 1$ с дріт почав плавитися? Початкова температура дроту $t_0 = 0°C$; теплопередачу у довкілля і залежність опору від температури не враховуйте.

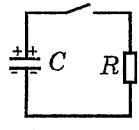
2.79*. Три тонких дроти однакового діаметра — залізний, мідний та алюмінієвий — з'єднано послідовно. Їх підключають до джерела високої напруги, і один з дротів перегоряє. Який? Початкова температура $t_0 = 0°C$.

2.80*. Три тонких дроти однакових розмірів — залізний, мідний та алюмінієвий — з'єднано паралельно. Який з

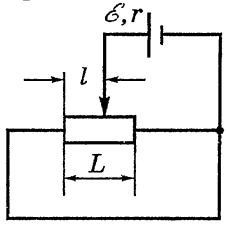
них перегорить першим після підключення до джерела високої напруги? Початкова температура $t_0 = 0°C$.

2.81*. Запобіжник виготовлено із свинцевого дроту перерізом $S_1 = 0{,}2$ мм^2. При короткому замиканні сила струму досягла величини $I = 20$ А. Через який час τ після короткого замикання почне плавитися запобіжник? На скільки за цей час нагріються підвідні мідні проводи, якщо їх переріз $S_2 = 2{,}0$ мм^2? Початкова температура запобіжника $t_0 = 27°C$. Залежність опору дроту від температури не враховуйте.

2.82*. Джерело струму з ЕРС $\mathscr{E}$ та внутрішнім опором r замкнено на реостат. Як залежать від опору реостата R такі величини: сила струму I, напруга U, потужність P у зовнішньому колі, повна потужність P_0 та ККД кола η? Побудуйте відповідні графіки. При якому R досягається максимальна потужність у зовнішньому колі? Який при цьому ККД кола?



2.83.** Оцініть час τ розрядки конденсатора (див. рисунок) після замикання ключа. Ємність конденсатора C, опір кола R. Який вигляд має графік залежності від часу напруги U на конденсаторі?



2.84.** Опір реостата (див. рисунок) $R = 16$ Ом. ЕРС джерела струму $\mathscr{E} = 12$ В, його внутрішній опір $r = 2$ Ом. Виразіть через відношення $x = l/L$ такі величини: силу струму I через джерело; напругу U на полюсах джерела струму; потужність P, що виділяється в реостаті. Побудуйте відповідні графіки.

3. ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ У РІЗНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

3.1. По мідному провідникові тече струм. Густина струму $j = 6$ А/мм^2. Знайдіть середню швидкість v упорядкованого руху електронів, вважаючи, що на кожний атом міді припадає один вільний електрон.

3.2*. На цоколі електричної лампи розжарювання з вольфрамовою ниткою написано: «120 В, 500 Вт». Якщо пропускати через цю лампу струм $I_1 = 8$ мА, то падіння напруги на ній становить $U_1 = 20$ мВ; при цьому нитка розжарення практично не нагрівається (температура $t_1 = 20°C$). Яка температура t нитки розжарення в робочому стані?

3.3. Увімкнута до мережі спіраль електроплитки розжарилася. Як зміниться розжарення, якщо на частину спіралі потрапить вода?

3.4. Вугільний стержень з'єднано послідовно із залізним такого ж самого перерізу. За якого відношення довжин стержнів опір системи не залежатиме від температури?

3.5. Чому при вмиканні у квартирі потужного електронагрівника лампочки, що горять, одразу помітно тьмяніють, але потім їхня яскравість поступово зростає (хоч і не досягає початкової)?

3.6*. Яку довжину l має вольфрамова нитка розжарення лампочки, розрахованої на напругу $U = 220$ В та потужність $P = 200$ Вт? Температура розжареної нитки $T = 2700$ К, діаметр нитки $d = 0{,}03$ мм. При розрахунку вважайте, що питомий опір вольфраму прямо пропорційний абсолютній температурі.

3.7. Яка кількість теплоти q виділяється в одиниці об'єму провідника за одиницю часу при густині струму j? Питомий опір провідника дорівнює ρ.

3.8.** Вольфрамова нитка діаметром $d_1 = 0{,}10$ мм і довжиною $l = 1{,}0$ м натягнена у вакуумі. До кінців нитки підводять напругу і повільно її підвищують. При якій напрузі U_1 нитка перегорить? При розрахунку вважайте, що опір вольфраму прямо пропорційний абсолютній температурі T. Потужність теплового випромінювання з одиниці площі поверхні нитки можна вважати рівною σT^4 (величину $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$ К^4) називають сталою Стефана-Больцмана). Якою буде відповідь, якщо діаметр нитки $d_2 = 1{,}6$ мм?

3.9. Нікелювання за допомогою електролізу металічної пластинки, що має площу поверхні $S = 48$ см^2, тривало $t = 4{,}0$ год при силі струму $I = 0{,}15$ А. Знайдіть товщину h шару нікелю. Валентність нікелю $n = 2$.

3.10. Яка витрата електроенергії W на отримання $m = 1{,}0$ кг алюмінію, якщо електроліз ведеться при напрузі $U = 10$ В, а ККД установки $\eta = 0{,}80$?

3.11. При електролізі підкисленої води через ванну пройшов заряд $q = 7500$ Кл. Кисень, що виділився, перебуває в об'ємі $V = 0{,}50$ л під тиском $p = 101$ кПа. Яка його абсолютна температура T?

3.12. Дві однакові електролітичні ванни заповнено розчином мідного купоросу; у першій ванні концентрація розчину вища. Порівняйте кількість міді, що виділилася на їхніх катодах, якщо ванни з'єднано: а) послідовно; б) паралельно.

3.13. Дві однакові електролітичні ванни з'єднані послідовно. В одній із них — розчин CuCl, у другій — $CuCl_2$. В якій ванні на катоді виділяється більше міді?

3.14*. При нанесенні металічних покрить за допомогою електролізу інколи наприкінці процесу на деякий час змінюють напрям струму на протилежний. У результаті поверхня стає більш гладкою. Чому?

3.15*. Конденсатор ємністю $C = 10$ пФ з'єднано послідовно з резистором, що має опір $R = 1{,}0$ кОм. Відстань між пластинами конденсатора $d = 3{,}0$ мм. Повітря між пластинами конденсатора іонізується рентгенівським випромінюванням: кожної секунди в 1 см^3 повітря утворюється $n = 5 \cdot 10^4$ пар однозарядних іонів. Знайдіть силу струму I у колі й падіння напруги U на резисторі, якщо до кола підключено джерело високої напруги.

3.16. Що станеться з електричною дугою, що горить, якщо сильно охолодити негативний електрод? Позитивний?

3.17. Яку найменшу кінетичну енергію W_k і швидкість υ повинен мати електрон, щоб він міг іонізувати нерухомий атом неону*)?

3.18*. Яку найменшу кінетичну енергію W_k і швидкість υ повинен мати іон неону, щоб при зіткненні його з нерухомим нейтральним атомом неону могла статися іонізація атома*)?

3.19. При якій абсолютній температурі T середня кінетична енергія руху атомів неону*) дорівнює енергії, необхідній для іонізації цих атомів?

3.20.** Електричне поле діє на вільні електрони в газі і на однозарядні іони з однаковою за модулем силою. Здавалося б, унаслідок цього електрони та іони мають однаково часто набувати кінетичних енергій, достатніх для ударної іонізації молекул газу. Проте насправді головну роль у цьому процесі відіграють електрони. Чому?

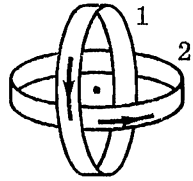
3.21*. Легування германію акцепторною домішкою (наприклад, індієм) набагато збільшує концентрацію дірок. Як при цьому змінюється концентрація вільних електронів?

3.22*. При нагріванні одного з кінців напівпровідникового стержня (германій із домішкою індію) виникає різниця потенціалів між нагрітим і холодним кінцями. Чому? Потенціал якого кінця стержня вищий?

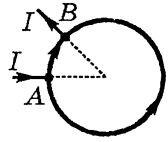
---

*) Потенціал іонізації атомів неону $\varphi = 21{,}5$ В.

4. МАГНІТНЕ ПОЛЕ. СИЛА ЛОРЕНЦА

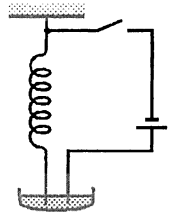


4.1. По двох однакових металевих обручах течуть однакові струми. Один з обручів розташований вертикально, другий — горизонтально (див. рисунок). Знайдіть напрям вектора магнітної індукції ***B*** у спільному центрі обручів.



4.2. До двох точок дротяного кільця підведено струм (див. рисунок). Струми, що протікають по кільцю, створюють магнітне поле. Куди напрямлений вектор магнітної індукції ***B*** цього поля в центрі кільця?

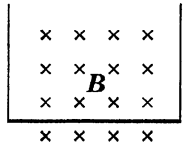
4.3. Джерело струму підключено до протилежних (що лежать на одній просторовій діагоналі) вершин дротяного куба. Доведіть, що магнітна індукція поля в центрі куба дорівнює нулю.



До задачі 4.5

4.4. Опишіть рух вільно підвішеної прямокутної дротяної рамки із струмом у магнітному полі. Розгляньте два випадки: рух у магнітному полі Землі і рух у полі стального магніту.

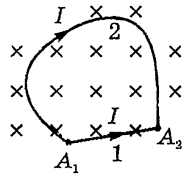
4.5. М'яка металева пружина висить, занурившись нижнім кінцем у ртуть на невелику глибину (див. рисунок). Що станеться після замикання ключа?



4.6. Прямолінійний провідник підвішений горизонтально на двох проводах. Середня частина провідника, що має довжину l = 50 см, перебуває в горизонтальному однорідному магнітному полі з індукцією B = 0,05 Тл (див. рисунок). Провідник перпендикулярний до вектора ***B***. Яким має бути напрям струму у провіднику, щоб натяг проводів зменшився? При якій силі струму I діюча на провідник сила Ампера врівноважить силу тяжіння провідника? Маса провідника m = 5,0 г.

4.7. На горизонтальних рейках, розташованих у вертикальному однорідному магнітному полі, лежить стальний брусок, перпендикулярний до рейок. Відстань між рейками l = 15 см. Маса бруска m = 300 г, коефіцієнт тертя між бруском і рейками μ = 0,20. Щоб брусок зрушив з місця, по ньому необхідно пропустити струм силою I = 40 А. Яка індукція B магнітного поля?

4.8.** Провідники 1 і 2 лежать у площині, перпендикулярній до однорідного магнітного поля (див. рисунок). По провідниках течуть однакові струми. Доведіть, що на провідники діють однакові (за величиною і напрямом) сили Ампера.



4.9*. По жорсткому кільцю з мідного дроту тече струм силою I = 5,0 А. Кільце міститься в перпендикулярному до його площини магнітному полі з індукцією B = 0,50 Тл. Знайдіть розтягуючу механічну напругу σ у дроті, якщо радіус кільця R = 5,0 см, а площа перерізу дроту S = 3,0 мм^2. Магнітною взаємодією між різними ділянками кільця можна знехтувати.

4.10. Горизонтальний провідник масою m = 30 г підвішений за кінці на двох проводах. Середня частина провідника, що має довжину l = 50 см, знаходиться у вертикальному однорідному магнітному полі з індукцією B = 0,50 Тл; проводи містяться поза зоною магнітного поля. По провіднику протікає струм I = 1,2 А. На який кут α від вертикалі відхиляються проводи?

4.11. Поясніть, чому два паралельних провідники, по яких течуть струми в одному напрямку, притягуються. Чому два паралельних електронних пучки відштовхуються?

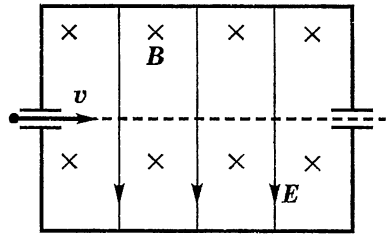
4.12. Електрон влітає зі швидкістю $\boldsymbol{v}$ в однорідне магнітне поле з індукцією $\boldsymbol{B}$. Швидкість електрона напрямлена перпендикулярно до вектора $\boldsymbol{B}$. По якій траєкторії рухатиметься електрон?

4.13. Як залежить період T обертання електрона по колу (див. задачу 4.12) від швидкості електрона?

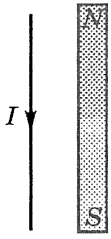
4.14*. Електрон влітає в однорідне магнітне поле зі швидкістю $\boldsymbol{v}$ під кутом α до напряму поля. Магнітна індукція поля $\boldsymbol{B}$. По якій траєкторії рухатиметься електрон?

4.15.** Опишіть рух електрона в однорідних паралельних електричному і магнітному полях. Початкову швидкість електрона $\boldsymbol{v}$ напрямлено під кутом α до векторів $\boldsymbol{E}$ і $\boldsymbol{B}$.

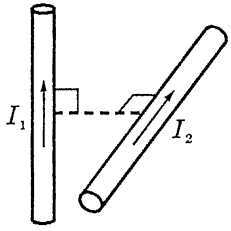
4.16. Поясніть дію «фільтра швидкостей», показаного на рисунку. Всередині приладу створено однорідні поля: магнітне з індукцією $\boldsymbol{B}$ і електричне з напруженістю $\boldsymbol{E}$. Поля напрямлені перпендикулярно одне до одного і до початкової швидкості часток.



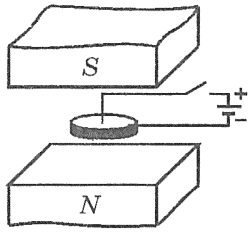
4.17. Біля сильного довгого смугового магніту розташовано гнучкий вільний провід (див. рисунок). Як розміститься провід, якщо по ньому пропустити струм?



До задачі 4.17



До задачі 4.18

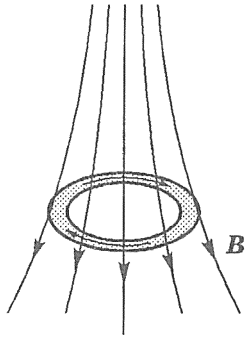


До задачі 4.19

4.18. По двох жорстких незакріплених прямолінійних провідниках, що схрещуються під прямим кутом, проходять струми I_1 і I_2 (див. рисунок). Як змінюватиметься взаємне розташування провідників унаслідок магнітної взаємодії між ними?

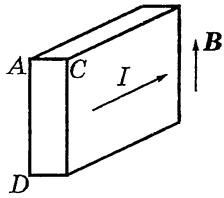
4.19. Кювета (широка кругла скляна посудина) з розчином мідного купоросу знаходиться між полюсами сильного електромагніту (див. рисунок). У центрі кювети у розчин занурено мідний електрод, з'єднаний із позитивним полюсом джерела струму, а по периметру занурено мідне кільце, з'єднане з негативним полюсом. Що станеться при замиканні кола?

4.20. Горизонтальне надпровідне кільце, по якому тече струм силою $I = 2{,}0$ А, «ширяє» в неоднорідному магнітному полі (див. рисунок). Вектор магнітної індукції в точках, де знаходиться кільце, утворює кут $\alpha = 30°$ із віссю кільця і дорівнює за модулем $B = 0{,}10$ Тл. Знайдіть масу m кільця, якщо його радіус $R = 5{,}0$ см.



До задачі 4.20

4.21*. Металеву смужку, по якій тече струм I, вміщують в однорідне магнітне поле з індукцією $\boldsymbol{B}$ (див. рисунок). При цьому між точками A і C виникає різниця потенціалів (ефект Холла). Поясніть це явище. Знайдіть різницю потенціалів U_{AC}, якщо $AC = a$, $AD = b$. Концентрація вільних електронів дорівнює n.



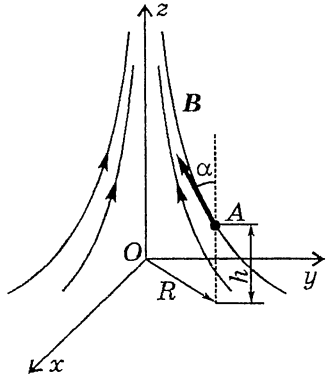
До задачі 4.21

4.22*. Суцільний металевий циліндр радіуса $R = 20$ см обертається зі сталою кутовою швидкістю $\omega = 10^3$ рад/с. Чому дорівнює напруженість E електричного поля всередині циліндра на відстані r від осі?

Яка різниця потенціалів U між поверхнею циліндра та віссю обертання? Якою має бути індукція B магнітного поля, напрямленого вздовж осі циліндра, щоб електричне поле не виникло?

4.23*. Пучок однозарядних іонів проходить «фільтр швидкостей» (див. задачу 4.16), в якому E = 500 В/м і B = 0,10 Тл, і потрапляє потім в область однорідного магнітного поля з індукцією B_1 = 60 мТл. Іони влітають у поле під прямим кутом до напряму вектора $\boldsymbol{B}_1$. На якій відстані x один від одного опиняться іони двох різних ізотопів неону з відносною атомною масою 20 і 22, пройшовши половину кола?

4.24.** Магнітне поле (див. рисунок) є симетричним щодо осі z, причому проекція вектора магнітної індукції $\boldsymbol{B}$ на вісь z становить $B_z = B_0(1 + z/h_0)$. Знайдіть кут α між вектором $\boldsymbol{B}$ і віссю z у точці A, що лежить на відстані R від осі z і на відстані h від площини xOy.

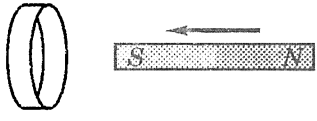


До задачі 4.24

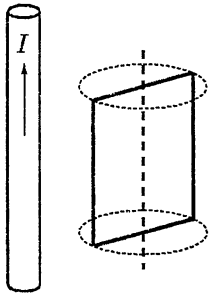
5. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

5.1. Які явища відбуваються, коли у кільце всувають магніт? Розгляньте два випадки: а) кільце провідне; б) кільце надпровідне.

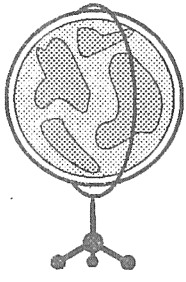
5.2. Знайдіть напрям індукційного струму в металевому кільці, до якого наближають магніт (див. рисунок).



5.3. Прямокутна дротяна рамка рівномірно обертається навколо нерухомої осі. Паралельно цій осі розташовано провід, по якому тече струм I (див. рисунок). При яких положеннях рамки в ній виникає найменша ЕРС індукції? Найбільша?



До задачі 5.3

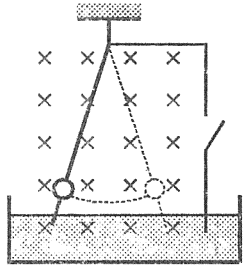


До задачі 5.4

5.4. Каркас для глобуса зроблено з двох ізольованих один від одного металевих обручів, розташованих у взаємно перпендикулярних площинах (див. рисунок). В одному з обручів тече змінний струм. Чи виникає у другому обручі ЕРС індукції?

5.5*. Магніт падає у довгій вертикальній мідній трубі, повітря з якої відкачено. Магніт із трубою не стикається. Опишіть характер падіння.

5.6. Маятник, що складається з металевих нитки, кульки і вістря, зануреного у ртуть, здійснює малі коливання в сильному однорідному магнітному полі (див. рисунок). Як зміниться характер коливань після замикання ключа?



До задачі 5.6

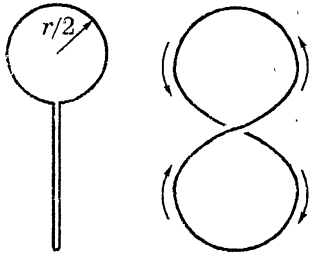
5.7*. Плоска дротяна рамка може вільно обертатися навколо осі, перпендикулярної до магнітної індукції однорідного магнітного поля. Яке положення стійкої рівноваги рамки, якщо магнітне поле зростає? Якщо магнітне поле спадає?

5.8*. Свинцеве кільце радіуса r розташоване горизонтально між полюсами електромагніту, що створює вертикальне однорідне магнітне поле з магнітною індукцією B. Охолоджуючи кільце, його переводять у надпровідний стан. Який магнітний потік Φ буде пронизувати площину кільця після вимкнення електромагніту?

5.9*. Надпровідне кільце (див. задачу 5.8) повертають відносно горизонтальної осі, не вимикаючи електромагніту. Який магнітний потік Φ буде пронизувати площину кільця після повороту на 90°? На 180°? В якому з цих випадків у кільці виникає більший струм?

5.10*. Надпровідна котушка радіуса r складається з N витків і має індуктивність L. Знайдіть силу струму I, що виникає у котушці із замкненими кінцями при вмиканні зовнішнього однорідного магнітного поля з індукцією $\boldsymbol{B}$, напрямленою вздовж осі котушки.

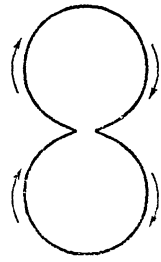
5.11*. По надпровідному проводу, що має форму кільця радіуса r, тече струм. Індукція магнітного поля в центрі кільця дорівнює B_0. Проводу надають форми, показаної на рисунку. Яка тепер індукція B магнітного поля в центрі зменшеного кільця?



До задачі 5.11 *До задачі 5.12*

5.12*. Надпровідне кільце зі струмом перекручують, перетворюючи його на «вісімку» з двох однакових кілець (див. рисунок). Потім «вісімку» складають так, що утворюється одне «подвійне» кільце. Як зміниться індукція магнітного поля в центрі кільця в порівнянні з початковою?

5.13.** Як зміниться відповідь у задачі 5.12, якщо перш ніж складати «вісімку» її не перекручувати (див. рисунок)?



До задачі 5.13

5.14*. Котушку радіуса $r = 3{,}0$ см із кількістю витків $n = 1000$ вміщують в однорідне магнітне поле (вісь котушки паралельна лініям поля). Індукція поля змінюється зі сталою швидкістю $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 10$ мТл/с. Який заряд q буде на конденсаторі, підключеному до кінців котушки? Ємність конденсатора $C = 20$ мкФ.

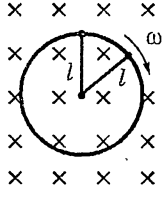
5.15*. Котушка (див. задачу 5.14) замикається накоротко. Знайдіть теплову потужність P, що виділяється в ній, якщо опір котушки $R = 16$ Ом.

5.16*. У замкнену накоротко котушку вводять магніт: один раз швидко, а другий — повільно. Чи однаковий заряд проходить по колу в обох випадках? Чи однакова кількість теплоти виділяється?

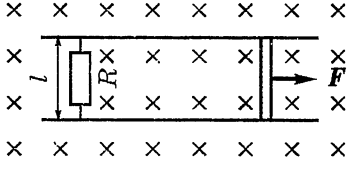
5.17*. Котушка радіуса r із кількістю витків n і опором R знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією B. Вісь котушки напрямлена вздовж ліній поля. Кінці котушки замкнені. Який заряд q пройде через котушку, якщо повернути її вісь на кут α?

5.18*. Замкнений ізольований провід довжиною $l = 4{,}0$ м розміщено по периметру круглого горизонтального майданчика. Який заряд q пройде через провід, якщо його скласти удвічі? Опір проводу $R = 2{,}0$ Ом, вертикальна складова магнітного поля Землі $B_z = 50$ мкТл.

5.19. Металеве кільце радіуса l знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією $\boldsymbol{B}$, перпендикулярною до площини кільця. Дві металеві стрілки опором R кожна мають контакт між собою і з кільцем (див. рисунок). Одна стрілка нерухома, а друга рівномірно обертається з кутовою швидкістю ω. Знайдіть силу струму I, що протікає через стрілки. Опором кільця можна знехтувати.

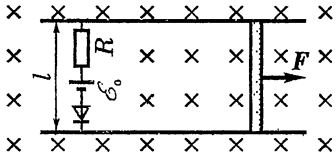


5.20*. Металевий стержень може ковзати без тертя по паралельних горизонтальних рейках, що знаходяться на відстані l одна від одної. Рейки з'єднано перемичкою, що має опір R (див. рисунок). Сис-



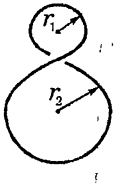
тему розміщено у вертикальному однорідному магнітному полі з індукцією $\boldsymbol{B}$. Як рухатиметься стержень, якщо до нього прикласти сталу силу $\boldsymbol{F}$? Електричним опором стержня і рейок можна знехтувати. Явища самоіндукції не враховуйте.

5.21.** Як зміниться відповідь у задачі 5.20, якщо у коло включити джерело струму та ідеальний діод, як показано на рисунку?



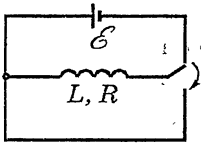
5.22*. На циліндричне залізне осердя радіуса r надягнуте ізольоване металеве кільце того ж самого радіуса, що має електричний опір R. В осерді створюється однорідне магнітне поле, індукція якого змінюється за законом $B = aB_0t$. Як змінюється з часом сила струму i в кільці і різниця потенціалів U між діаметрально протилежними точками кільця?

5.23.** Виток ізольованого проводу вигнутий у вигляді вісімки (див. рисунок), так що $r_1 = 20$ мм і $r_2 = 60$ мм. Протягом проміжку часу $\Delta t = 0{,}50$ мс однорідне магнітне поле, перпендикулярне до площини витка, рівномірно зростає від нуля до $B = 5$ Тл. На яку напругу U має бути розрахована ізоляція між проводами, щоб не стався її пробій?



5.24.** Котушка має індуктивність L і електричний опір R. У момент $t = 0$ котушку підключають до акумулятора. Який вигляд має графік залежності сили струму I в котушці від часу? Оцініть характерний час τ зростання струму в котушці. ЕРС акумулятора дорівнює $\mathscr{E}$, його внутрішнім опором можна знехтувати.

5.25.** Через котушку (див. задачу 5.24) тече постійний струм. У момент t_0 джерело струму вимикають і котушку замикають накоротко (див. рисунок). Який вигляд має графік залежності сили струму від часу? Який характерний час τ убування струму в колі?



5.26*. На замкнуте феромагнітне осердя намотано котушку. Як залежить її індуктивність L від кількості витків N? Магнітну проникність осердя можна вважати незмінною.

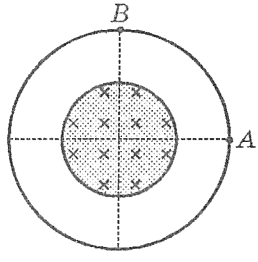
5.27*. Два однакових надпровідних кільця можуть вільно переміщуватися вздовж однієї прямої, причому площини кілець залишаються перпендикулярними до цієї прямої (див.

рисунок). У початковий момент відстань між кільцями набагато перевищує їхні розміри; по кільцях течуть в одному напрямку однакові струми I_0. Які струми I установляться в кільцях після того, як вони зблизяться впритул? Як при цьому зміниться енергія магнітного поля?

5.28.** Опишіть рух надпровідних кілець (див. задачу 5.27), якщо в початковий момент струми в кільцях однаково напрямлені, але помітно різняться за значеннями.

5.29*. У циліндричному осерді радіуса R створено однорідне магнітне поле, напрямлене вздовж осі циліндра. Індукція магнітного поля змінюється з часом за законом $B = kt$. Знайдіть напруженість E вихрового електричного поля на відстані r від осі циліндра.

5.30.** Індукція однорідного магнітного поля в циліндричному осерді радіуса r (див. рисунок) зростає з часом за законом $B = kt$. Дротяне кільце радіуса $2r$ має спільну з осердям вісь. Яка різниця потенціалів між точками A і B? Яку напругу покаже вольтметр, підключений до точок A і B? Опір вольтметра великий у порівнянні з опором кільця.

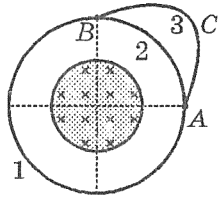


5.31.** Половина дротяного кільця виготовлена з міді, а друга половина — з латуні. Переріз дроту всюди однаковий, радіус кільця $r = 30$ мм. Кільце надягнуте на циліндричне осердя того ж самого радіуса. В осерді створено однорідне магнітне поле, індукція якого зростає зі сталою швидкістю $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 50$ Тл/с. Знайдіть напруженість електричного поля в мідній і латунній частинах кільця.

5.32.** При розв'язуванні задачі 5.30 було показано, що різниця потенціалів між точками A і B дорівнює нулю. Чи виникне різниця потенціалів між цими точками, якщо з'єднати їх провідником?

5.33.** Знайдіть різницю потенціалів U між двома точками сполучення мідного і латунного півкілець (див. задачу 5.31).

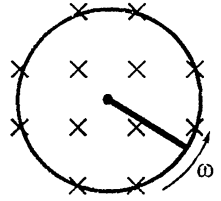
5.34.** Між точками A і B (див. задачу 5.30) увімкнений надпровідник ACB (див. рисунок). Знайдіть силу струму на різних ділянках кола і різницю потенціалів U між точками A і B. Опір дроту, з якого зроблено кільце, дорівнює R.



5.35. При гальмуванні поїзду метро електродвигуни постійного струму відключають від мережі і замикають через спеціальні реостати. Навіщо це робиться?

5.36*. Металевий диск радіуса $r = 10$ см розташований в однорідному магнітному полі, перпендикулярному до площини диска. Диск обертається з кутовою швидкістю $\omega = 500$ рад/с. Два ковзних контакти (один на осі диска, другий на його циліндричній поверхні) сполучені через резистор, що має опір $R = 10$ Ом. Яка потужність P виділяється в резисторі, якщо індукція магнітного поля $B = 0{,}50$ Тл?

5.37.** Надпровідне кільце радіуса l вміщено в однорідне горизонтальне магнітне поле з індукцією B. Вісь кільця паралельна лініям магнітної індукції поля (див. рисунок). Стержень масою m і довжиною l, що має опір R, закріплений одним кінцем в центрі кільця і може без тертя обертатися навколо цієї точки, зберігаючи електричний контакт із кільцем. За яким законом має змінюватися напруга U, прикладена між кільцем і його центром, щоб стержень обертався зі сталою кутовою швидкістю ω?



5.38*. Опір у колі навантаження генератора змінного струму збільшився. Як має змінитися потужність двигуна, що обертає генератор, щоб частота змінного струму не змінилася?

5.39*. В якому випадку обмотка електромотора сильніше нагрівається струмом, що проходить по ній, — коли мотор обертається вхолосту або виконує роботу? Напругу в мережі вважайте сталою.

5.40*. Електродвигун увімкнений в мережу постійного струму з напругою $U = 120$ В. Опір обмотки двигуна $R = 12$ Ом. Яку максимальну потужність N_{max} може розвинути цей двигун? При якій силі струму I_0 досягається ця потужність? Напругу в мережі вважайте сталою.

5.41.** Магнітне поле має вертикальну вісь симетрії (вісь z). Проекція вектора магнітної індукції $\boldsymbol{B}$ на цю вісь $B_z = B_0(1 + z/h_0)$. З великої висоти падає мідне кільце діаметра d,

що має електричний опір R; площина кільця весь час горизонтальна, а його центр рухається вздовж осі z. Знайдіть усталену швидкість падіння v, якщо маса кільця дорівнює m. Опором повітря можна знехтувати.

6. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ. ЗМІННИЙ СТРУМ

Електромагнітні коливання і хвилі

6.1. Батарею з двох однакових конденсаторів ємністю $C = 0{,}01$ мкФ кожний заряджають від джерела постійної напруги і підключають до котушки індуктивністю $L = 8{,}0$ мкГн. Знайдіть період T і частоту ν виникаючих у контурі електромагнітних коливань, що виникають у контурі, якщо конденсатори в батареї з'єднані: а) послідовно; б) паралельно.

6.2. Яка максимальна сила струму $I_м$ (див. випадки *а*, *б* задачі 6.1), якщо напруга джерела $U_м = 200$ В?

6.3. Знайдіть силу струму в коливальному контурі (див. задачу 6.2): а) через $t_1 = 0{,}31$ мкс після підключення батареї конденсаторів до котушки; б) у момент, коли напруга на батареї конденсаторів $u = 100$ В. Розгляньте лише випадок паралельного з'єднання конденсаторів.

6.4. Що треба робити для приймання більш коротких хвиль — зближувати або розсувати пластини конденсатора, включеного до коливального контуру приймача? Збільшувати чи зменшувати площу перекриття пластин у конденсаторі змінної ємності?

6.5.** Ємність конденсатора коливального контуру радіоприймача можна змінювати від C_1 до $C_2 > C_1$. Який комплект змінних котушок слід узяти, щоб діапазон довжин хвиль, на які можна настроювати приймач, був якомога ширшим і не мав «просвітів»? Яка верхня границя λ_{max} цього діапазону, якщо його нижня границя λ_{min}, а комплект складається з N котушок?

6.6.** Ємність конденсатора коливального контуру радіоприймача можна змінювати від $C_1 = 56$ пФ до $C_2 = 670$ пФ. Скільки змінних котушок треба мати, щоб радіоприймач можна було настроювати на будь-які радіостанції, що працюють у діапазоні довжин хвиль від $\lambda_1 = 40$ м до $\lambda_2 = 2600$ м?

6.7. Передавач випромінює електромагнітну хвилю ($\lambda = 300$ м). Скільки електромагнітних коливань відбувається протягом одного періоду звукових коливань із частотою $\nu = 500$ Гц?

6.8. Коливальний контур радіоприймача настроєний на частоту $\nu = 6$ МГц. У скільки разів треба змінити ємність конденсатора контуру, щоб настроїтися на довжину хвилі $\lambda = 150$ м?

6.9.** Коливальний контур складається з конденсатора сталої ємності і котушки, в яку можна всувати осердя. Як зміниться частота власних коливань контуру, якщо всунути у котушку феритове*) осердя? Мідне?

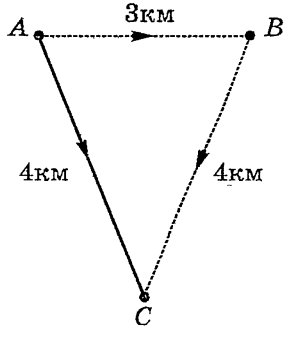
6.10. Повітряна лінія електропередачі змінного струму промислової частоти $\nu = 50$ Гц має довжину $l = 600$ км. Знайдіть зрушення за фазою $\Delta\varphi$ напруг на початку і в кінці цієї лінії. Швидкість розповсюдження сигналів по проводах дорівнює швидкості світла c.

6.11. Антена корабельного радіолокатора знаходиться на висоті $h = 25$ м над рівнем моря. На якій максимальній відстані s_{max} радіолокатор може виявити рятувальний пліт? З якою частотою n можуть при цьому випускатися імпульси?

6.12. Радіолокатор працює на хвилі $\lambda = 5{,}0$ см і випускає імпульси тривалістю $\tau = 1{,}5$ мкс. Скільки коливань міститься в кожному імпульсі? Яка мінімальна дальність s_{min} виявлення цілі?

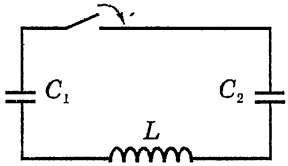
6.13*. Чому збільшення дальності радіозв'язку з космічними кораблями у три рази потребує збільшення потужності передавача у 9 разів? У скільки разів слід збільшити потужність передавача для збільшення дальності *радіолокації* у три рази? Поглинання енергії при розповсюдженні радіохвиль не враховуйте.

6.14*. Антена телевізора (точка C на рисунку) приймає, поряд із хвилею від телецентра (точка A), хвилю, відбиту від залізного даху (точка B). У результаті зображення на екрані двоїться. На скільки зсунуті зображення, що здобуваються, одне відносно одного? Ширина екрана телевізора $l = 50$ см; кадри на екрані змінюються з частотою $n = 25$ с$^{-1}$, зображення складається з $N = 625$ рядків.

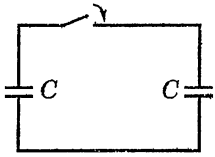


*) Ферит — магнітна сполука заліза, що є ізолятором.

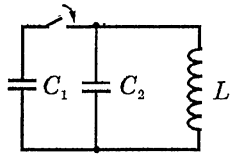
6.15.** Конденсатор ємністю C_1 заряджений до напруги U_1, а конденсатор ємністю C_2 не заряджений (див. рисунок). Яким буде максимальне значення $I_м$ сили струму в котушці індуктивністю L після замикання ключа? Конденсатори і котушку вважайте ідеальними.



6.16.** Один із двох однакових конденсаторів (див. рисунок) заряджений до напруги U_0, а другий — не заряджений. Яка напруга U встановиться на конденсаторах після замикання ключа? Як узгоджується цей результат із законом збереження енергії? Розгляньте, зокрема, випадок, коли з'єднувальні проводи є надпровідними.



До задачі 6.16



До задачі 6.17

6.17.** У колі (див. рисунок) $C_1 = C_2 = C$. До замикання ключа напруга на першому конденсаторі дорівнює U_1, а другий конденсатор не заряджений. Знайдіть максимальне значення $I_м$ сили струму через котушку з індуктивністю L після замикання ключа. Опором котушки можна знехтувати.

Змінний струм

6.18. Знайдіть частоту n обертання прямокутної рамки в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0{,}50$ Тл, якщо в рамці індукується ЕРС з амплітудою $\mathscr{E}_м = 20$ В. Площа рамки $S = 200$ см^2, кількість витків $N = 40$. Вісь обертання перпендикулярна до вектора індукції магнітного поля.

6.19*. У коло послідовно ввімкнені резистор з опором R, конденсатор ємністю C і котушка індуктивністю L. По колу протікає змінний струм $i = I_м\cos\omega t$. Знайдіть амплітуди напруги на кожному з елементів кола і амплітуду напруги, прикладеної до кола. За яким законом змінюється ця напруга?

6.20*. У коло послідовно ввімкнені резистор з опором R, конденсатор ємністю C і котушка індуктивністю L. До кола

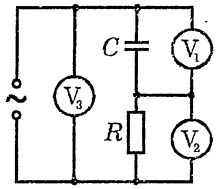
прикладають змінну напругу $u = U_м \cos\omega t$. Який вигляд мають графіки залежності амплітуди сили струму $I_м$ і амплітуди напруги на резисторі $U_{мR}$ від циклічної частоти ω?

6.21. У коло послідовно ввімкнено резистор з опором $R = 1{,}0$ кОм, конденсатор ємністю $C = 1{,}0$ мкФ і котушка індуктивністю $L = 0{,}50$ Гн. Знайдіть ємнісний опір X_C, індуктивний опір X_L і повний опір Z кола при частотах $\nu_1 = 50$ Гц і $\nu_2 = 10$ кГц. При якій частоті ν_0 в колі спостерігається резонанс?

6.22. У коло змінного струму ввімкнено послідовно резистор з опором R, конденсатор ємністю C і котушку індуктивністю L. Амплітуда сили струму в колі дорівнює $I_м$. Яку середню потужність споживає за період кожний з елементів кола? Конденсатор і котушку вважайте ідеальними.

6.23*. У коло змінного струму ввімкнено послідовно резистор, конденсатор і котушку. Виразіть середню потужність P, що споживається всім колом, через діючі значення сили струму I і напруги U. Зрушення фаз між коливаннями сили струму і напруги дорівнює φ.

6.24*. У колі змінного струму, зображеному на рисунку, показання першого і другого вольтметрів $U_1 = 12$ В і $U_2 = 9$ В. Яке показання U_3 третього вольтметра?



6.25. Провідник має активний опір $R = 30$ Ом та індуктивність $L = 0{,}127$ Гн. Які повний опір Z провідника і зрушення фаз φ між струмом і напругою, якщо провідник увімкнений в мережу змінного струму з частотою $\nu_1 = 50$ Гц? Із частотою $\nu_2 = 400$ Гц?

6.26. Якщо подати на котушку постійну напругу 30 В, сила струму в котушці дорівнюватиме 1,0 А. Якщо на цю саму котушку подати змінну напругу 30 В із частотою 50 Гц, сила струму складатиме лише 0,60 А. Яка індуктивність котушки? Яка потужність виділяється в котушці при проходженні постійного струму? Змінного?

6.27*. У мережу змінного струму частоти $\nu = 50$ Гц увімкнені послідовно лампа, конденсатор ємністю $C = 20$ мкФ і котушка. Індуктивність котушки без осердя $L_1 = 50$ мГн, а при

повністю введеному осерді L_2 = 1,5 Гн. Як змінюється жар лампи із введенням у котушку осердя?

6.28*. У мережу змінного струму частоти ν = 50 Гц увімкнені послідовно лампа, котушка індуктивністю L = 0,50 Гн і конденсатор ємністю C = 10 мкФ. Як зміниться розжарювання лампи, якщо до конденсатора підключити паралельно другий такий самий конденсатор? Третій?

6.29*. Неонова лампа з напругою запалювання $U_з$ = 156 В увімкнена в мережу 220 В, 50 Гц. Знайдіть частоту n спалахів лампи. Протягом якої частини періоду лампа горить? Напругу гасіння лампи вважайте рівною напрузі запалювання.

6.30*. Знайдіть діючі значення I змінних струмів (див. малюнки *а*, *б*, *в*).

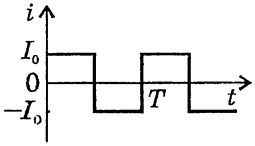


Рис. а

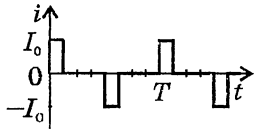


Рис. б

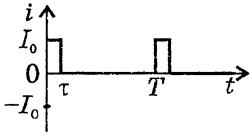
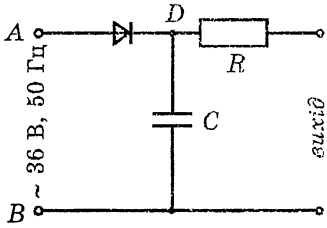
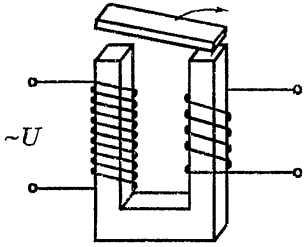


Рис. в

6.31.** На рисунку показано схему найпростішого випрямляча. Ємність конденсатора C = 500 мкФ, опір резистора R = 1,0 кОм. Яке максимально можливе значення напруги $U_{вих}$ на виході випрямляча? Яку зворотну напругу повинен витримувати діод?



6.32*. Розбірний шкільний трансформатор увімкнений в мережу. До вторинної обмотки підключено навантаження. Як зміниться сила струму в первинній та вторинній обмотках при видаленні верхньої частини осердя (див. рисунок)?

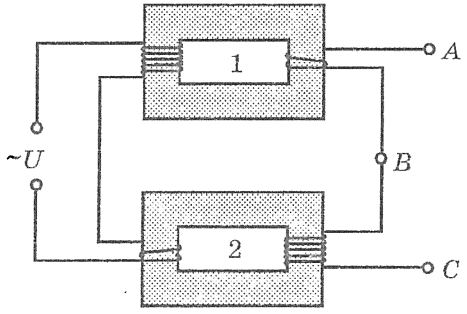


6.33. Чому для реостата замикання одного-двох витків не є небезпечним, а трансформатор може вийти з ладу, якщо хоч би один виток обмотки замкнеться накоротко?

6.34. Крізь замкнуте кільцеве осердя трансформатора, що знижує напругу з $U_1 = 220$ В до $U_2 = 42$ В, пропущено провід, кінці якого приєднано до вольтметра. Вольтметр показує $U = 0{,}50$ В. Скільки витків мають обмотки трансформатора?

6.35. Трансформатор знижує напругу з 220 В до 42 В. а) У якій з обмоток провід повинен бути товстіше? б) Чи можна підключити цей трансформатор до мережі постійної напруги 100 В? в) Чи можна ввімкнути в мережу змінного струму з напругою 220 В первинну обмотку трансформатора, зняту з осердя?

6.36.** Два однакових ідеальних трансформатори мають обмотки з $N_1 = 200$ і $N_2 = 600$ витків. Різні обмотки трансформатора з'єднано так, як показано на рисунку. Систему підключено до джерела змінної напруги $U = 200$ В. Знайдіть напругу U_{AC} між точками A і C.



ТЕСТИ

Тести, що пропонуються, призначені для самоконтролю. «Контрольний час» виконання всіх тестів — близько 1,5 години. Числу набраних при цьому балів відповідає, на наш погляд, такий рівень підготовки:

19-24 балів — «відмінно» *(досить, наприклад, виконати всі тести перших двох рівнів і більш ніж половину тестів третього рівня);*

12-18 балів — «добре» *(досить, наприклад, виконати всі тести перших двох рівнів);*

8-11 балів — «задовільно» *(досить, наприклад, виконати всі тести першого рівня і половину тестів другого рівня).*

Врахуйте, що наведені варіанти відповідей часто є наближеними.

Якщо результат самоконтролю вас не задовольнить, робота над тестами підкаже вам, до яких розділів електрики та магнетизму бажано повернутися.

Перший рівень
(кожне завдання оцінюється в 1 бал)

Т 1.1. Металевій сфері радіуса 10 см надано заряд 2 нКл. Яка напруженість електричного поля на відстані 5 см від центра сфери?

А. 1,8 кВ/м. **Б.** 3,6 кВ/м. **В.** 0. **Г.** 7,2 кВ/м.
Д. Серед відповідей А-Г нема правильної.

Т 1.2. Лампочку, на якій написано «12 В, 0,3 А», вмикають послідовно з резистором в мережу з напругою 36 В. Який опір резистора, якщо лампочка горить нормальним жаром?

А. 40 Ом. **Б.** 120 Ом. **В.** 60 Ом. **Г.** 80 Ом.
Д. Серед відповідей А-Г нема правильної.

Т 1.3. Електрон влітає в однорідне магнітне поле зі швидкістю, що напрямлена вздовж ліній магнітної індукції. Як буде рухатись електрон в магнітному полі?

А. Прямолінійно, швидкість збільшується. **Б.** Рівномірно прямолінійно. **В.** Прямолінійно, швидкість зменшується. **Г.** По колу. **Д.** Серед відповідей А-Г нема правильної.

Т 1.4. В коливальному контурі радіоприймача індуктивність котушки 40 мкГн, а ємність конденсатора може змі-

нюватися від 25 до 300 пФ. На яку найменшу довжину хвилі можна настроїти приймач?

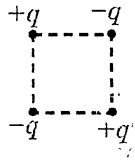
А. 600 м. **Б.** 300 м. **В.** 180 м. **Г.** 20 м.

Д. Серед відповідей А-Г нема правильної.

Другий рівень

(кожне завдання оцінюється у 2 бали)

Т 2.1. Чотири заряди розташовані в вершинах квадрату зі стороною 10 см (див. рисунок). Яка рівнодійна прикладених до кожного з зарядів кулонівських сил, якщо $q = 5$ нКл?



А. 34 мкН. **Б.** 21 мкН. **В.** 43 мкН. **Г.** 56 мкН.

Д. Серед відповідей А-Г нема правильної.

Т 2.2. При переміщенні електрону між двома точками його швидкість збільшилась від 1000 км/с до 3000 км/с. Який потенціал має кінцева точка, якщо потенціал початкової точки дорівнює 50 В?

А. 73 В. **Б.** 27 В. **В.** 23 В. **Г.** 77 В.

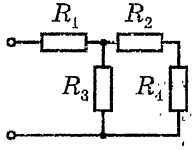
Д. Серед відповідей А-Г нема правильної.

Т 2.3. На одній лампі написано «120 В, 60 Вт»; на другій «36 В, 40 Вт». Яку *загальну* потужність будуть споживати ці лампи, якщо з'єднати їх послідовно й підключити до мережі з напругою 36 В? Залежністю опору ламп від їх розжарювання при розрахунках можна знехтувати.

А. 4,8 Вт. **Б.** 100 Вт. **В.** 24 Вт. **Г.** 45 Вт.

Д. Серед відповідей А-Г нема правильної.

Т 2.4. До кола, що показано на рисунку, прикладена напруга 30 В. Чому дорівнює сила струму через резистор R_3, якщо опір кожного з резисторів 12 Ом?



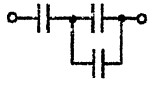
А. 0,5 А. **Б.** 1 А. **В.** 1,5 А. **Г.** 2,5 А.

Д. Серед відповідей А-Г нема правильної.

Третій рівень

(кожне завдання оцінюється у 3 бали)

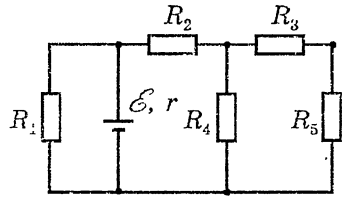
Т 3.1. Яку максимальну напругу можна прикласти до батареї з однакових конденсаторів (див. рисунок), якщо кожний конденсатор витримує напругу 500 В?



А. 1500 В. **Б.** 1000 В. **В.** 750 В. **Г.** 500 В.

Д. Серед відповідей А-Г нема правильної.

Т 3.2. Чому дорівнює сила струму через резистор R_1 (див. рисунок)? Опір кожного з резисторів 16 Ом, ЕРС джерела струму 3,6 В, внутрішній опір 2 Ом.



А. 0,19 А. **Б.** 0,225 А.

В. 0,50 А. **Г.** 0,30 А.

Д. Серед відповідей А-Г нема правильної.

Т 3.3. Внутрішній опір джерела струму 3 Ом, його ЕРС дорівнює 9 В. Як треба з'єднати між собою чотири однакових резистори з опорами по 5 Ом, щоб при їхньому підключенні до цього джерела у зовнішньому колі споживалась максимально можлива потужність?

А, Б, В, Г — див. відповідні рисунки.

Д. Серед відповідей А-Г нема правильної.

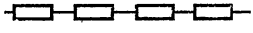


Рис. а

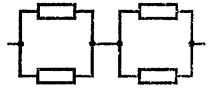


Рис. б

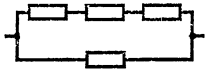


Рис. в

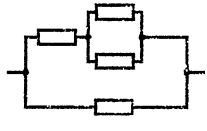


Рис. г

Т 3.4. Коливальний контур з періодом коливань 1 мкс має індуктивність 0,2 мГн і активний опір 2 Ом. На скільки процентів зменшується енергія цього контуру за час одного коливання? Втратами енергії на випромінювання можна знехтувати.

А. На 0,001%. **Б.** На 0,01%. **В.** На 0,1%. **Г.** На 1%.

Д. Серед відповідей А-Г нема правильної.

ВІДПОВІДІ, ВКАЗІВКИ, РОЗВ'ЯЗКИ

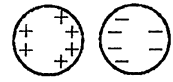


Рис. а

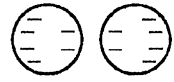


Рис. б

1.1. Розв'язок. Згідно із законом Кулона модуль сили не залежить від знаків зарядів. Але закон Кулона є справедливим лише для взаємодії *точкових* зарядів. Якщо відстань між зарядженими кулями є порівнянною з їхніми розмірами, слід урахувати, що вільні заряди перерозподіляться по поверхні кожної з куль під впливом зовнішнього електричного поля (див. рис. *а*, *б*). Внаслідок взаємного притягання різнойменні заряди розмістяться ближче одні до одних, ніж однойменні, і тому сила взаємодії різнойменно заряджених куль буде більшою.

1.2. Розв'язок. Добре відомо, що заряджена гребінка притягує *незаряджені* шматочки паперу завдяки перерозподілу зарядів, що відбувається всередині них (див. рис. *а*). Цей самий ефект перерозподілу зарядів може спричинити й притягання однойменно заряджених тіл: «ближній» бік одного з них може змінити знак заряду (див. рис. *б*). Таке можливо, якщо тіла перебувають досить близько одне від одного і заряд одного з них у багато разів перевищує заряд іншого.

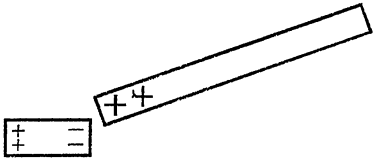


Рис. а

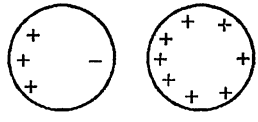


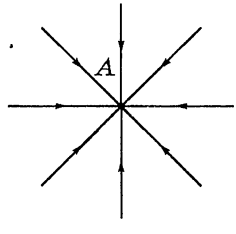
Рис. б

1.3. Збільшиться внаслідок поляризації діелектрика.

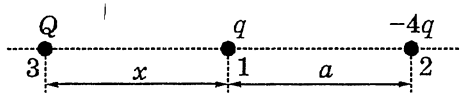
1.4. Заряди могли бути однойменними й відрізнятися у 3 рази чи різнойменними та відрізнятися за модулем у $\frac{11+4\sqrt{7}}{3} \approx 7{,}2$ раза.

Вказівка. Оскільки кульки однакові, після стикання кожна з них має заряд $(q_1 + q_2)/2$.

1.5. Не може. **Розв'язок.** У стані стійкої рівноваги сила, що діє на тіло, дорівнює нулю, а при незначному відхиленні в *будь-якому* напрямку від цього стану виникає сила, що повертає тіло у стан рівноваги. Припустимо, що точковий позитивний заряд у точці *A* перебуває у стані стійкої рівноваги. Тоді силові лінії поля поблизу цієї точки повинні мати вигляд, показаний на рисунку. Проте таке поле міг би створювати лише розташований у тій самій точці *A* негативний заряд, а такого заряду там немає. Отже, стійка рівновага заряду в електростатичному полі неможлива (це твердження називається теоремою Ірншоу).



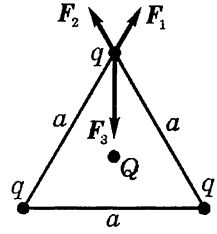
1.6. Заряд $Q = -4q$ треба розмістити на відстані a від заряду q та на відстані $2a$ від заряду $-4q$. **Розв'язок.** Визначимо спочатку, *де* слід розмістити заряд Q, щоб *цей заряд* був у рівновазі. Очевидно, його слід помістити в точку, в якій напруженість поля двох перших зарядів дорівнює нулю: $\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2 = 0$. Ця точка лежить на прямій, що проходить через заряди 1 та 2, причому поза відрізком 1-2 (у точках на цьому відрізку $\boldsymbol{E}_1$ та $\boldsymbol{E}_2$ напрямлені в один бік). Щоб виконувалася умова $E_1 = E_2$, шукана точка має лежати ближче до меншого за модулем заряду (див. рисунок).



Із співвідношення $k\dfrac{4q}{(a+x)^2} = k\dfrac{q}{x^2}$ дістаємо $x = a$. Знайдемо тепер модуль та знак заряду Q. Для цього можна використати умову рівноваги будь-якого із зарядів q або $-4q$. Зручніше вибрати перший із цих зарядів, оскільки він міститься посередині між зарядами Q та $-4q$. Умова рівноваги заряду q має вигляд $Q = -4q$.

1.7. Слід розмістити заряд $-4q/9$ на відрізку, що з'єднує перші два заряди, на відстані $a/3$ від заряду q.

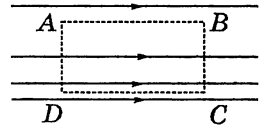
1.8. $Q = -q/\sqrt{3}$. **Розв'язок.** Очевидно, заряди q та Q мають бути різнойменними. Умова рівноваги всієї системи зводиться до умови рівноваги будь-якого з зарядів q і має вигляд $\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 = 0$ (див. рисунок). За законом Кулона $F_1 = F_2 = kq^2/a^2$, $F_3 = 3k|q||Q|/a^2$. Проектуючи умову рівноваги на вертикальну вісь, знаходимо $|Q| = |q|/\sqrt{3}$, тобто $Q = -q/\sqrt{3}$.



1.9. $Q = -\dfrac{q}{4}(1+2\sqrt{2})$. **Вказівка.** Див. задачу 1.8.

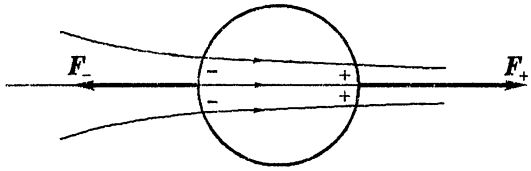
1.10. Розв'язок. Напрямлення силових ліній збігається з напрямленням сили, що діє на заряд, а, значить, з напрямленням *прискорення* зарядженої частки. Напрямлення ж швидкості за *криволінійного* руху не збігається з напрямленням прискорення. Тому, якщо силові лінії є кривими (наприклад, у полі двох точкових зарядів), траєкторія руху заряду не збігається з силовою лінією, навіть коли початкова швидкість заряду дорівнює нулю.

1.11. Не можна. **Розв'язок.** Електростатичне поле є потенціальним, тобто робота сил поля при переміщенні заряду вздовж будь-якого замкнутого контуру дорівнює нулю. Поле ж, силові лінії якого наведено в умові, не є потенціальним. Наприклад, при переміщенні заряду по замкнутій траєкторії $ABCDA$ (див. рисунок) таке поле виконало б відмінну від нуля роботу: на ділянках BC та DA робота



дорівнює нулю, а на ділянках AB та CD робота поля має різні знаки і *модулі*, оскільки напруженість поля на ділянці CD більша.

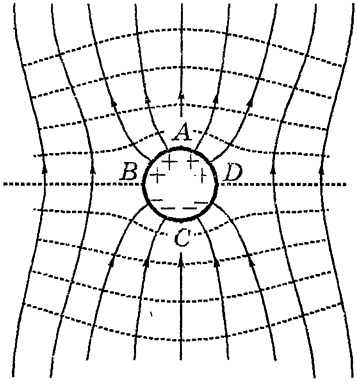
1.12. У випадках *а* і *б* кулька втягуватиметься в область більш сильного поля, у випадку *в* залишиться нерухомою. **Розв'язок.** Електричне поле спричиняє у кульці поділ зарядів (у діелектрику — внаслідок поляризації, у провіднику — внаслідок електростатичної індукції). Праворуч на поверхні з'являється позитивний заряд q, ліворуч — рівний йому за модулем негативний заряд. Отже, в полі на кульку діє сила $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_+ + \boldsymbol{F}_- = q(\boldsymbol{E}_+ + \boldsymbol{E}_-)$. Тут $\boldsymbol{E}_+$ та $\boldsymbol{E}_-$ — напруженості поля в області концентрації відповідно позитивного та негативного зарядів. На рисунку як приклад показано випадок *а*.



У цьому випадку $E_+ > E_-$ (праворуч лінії напруженості згущаються), тому сила $\boldsymbol{F}$ напрямлена праворуч. Міркуючи аналогічно, дістаємо, що у випадку *б* вона напрямлена ліворуч. Таким чином, в обох випадках кулька втягується в область більш сильного поля (наприклад, притягується до заряду, що створює поле). В однорідному полі (випадок *в*) $F = 0$.

1.13. $E = \sqrt{6}k\dfrac{q}{a^2} = \dfrac{\sqrt{6}q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$. **Вказівка.** Точка A та три заряди являють собою вершини правильного тетраедра. Напруженість поля напрямлена вздовж осі симетрії системи (вздовж висоти тетраедра).

1.14. Розв'язок. Поверхнева густина заряду є максимальною (за модулем) у точках A та C (див. рисунок). Вона плавно зменшується при віддаленні від цих «полюсів» кулі і обертається на нуль на «екваторі», що проходить через точки B та D. Віддалік від кулі поле залишається однорідним. Біля поверхні кулі лінії напруженості перпендикулярні їй. Штриховими лініями на рисунку показано еквіпотенціальні поверхні. Зазначимо, що поверхня кулі також є еквіпотенціальною поверхнею.

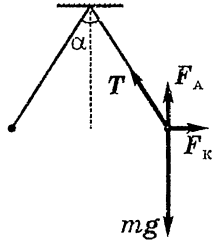


1.15. Напруженість поля збільшиться, потенціал зменшиться.
Розв'язок. Електричне поле спричинить поділ зарядів у кулі, причому на ближньому до точки A боці кулі з'явиться негативний за-

ряд, вплив якого і буде визначальним. Тому питання зводиться ось до чого: як зміняться E та φ у точці A, якщо праворуч від неї помістити невеликий негативний заряд? Цей заряд створить у точці A поле, напрямлене зліва направо, та негативний потенціал. Згідно з принципом суперпозиції це спричинить збільшення напруженості поля та зменшення потенціалу.

1.16. $\Delta q = \dfrac{mgd\Delta U}{U_0(U_0 + \Delta U)} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $\Delta q = e$.

1.17. $\rho = 1500$ кг/м³. **Розв'язок.** На рисунку показано сили, що діють у гасі на одну з кульок. З умови рівноваги витікає, що $F_К = (mg - F_А)\mathrm{tg}\,\dfrac{\alpha}{2}$, де $F_К$ — кулонівська сила, $F_А$ — сила Архімеда. Зазначимо, що хоч заряди кульок можуть бути різні, на кожну з кульок згідно з третім законом Ньютона діють однакові за модулем кулонівські сили, внаслідок чого кульки відхилено на однакові кути. В повітрі сила Архімеда практично відсутня, так що $F_{0К} = mg\,\mathrm{tg}(\alpha/2)$, де $F_{0К}$ — кулонівська сила в повітрі. Оскільки $F_К = F_{0К}/\varepsilon$, де ε — діелектрична проникність гасу, дістаємо $mg - F_А = mg/\varepsilon$. Підставивши в цю формулу $m = \rho V$, $F_А = \rho_г gV$, знаходимо $\rho = \dfrac{\varepsilon\rho_г}{\varepsilon - 1} = 1500$ кг/м³ (тут $\rho_г$ — густина гасу).



1.18. $b = 6{,}0$ см. **Розв'язок.** Після розрядження однієї з кульок відштовхування зміниться притяганням, кульки стикуються, при цьому заряд q однієї з них поділиться між кульками нарівно. У результаті знов виникне відштовхування, але слабкіше початкового. Знайдемо характер залежності відстані між кульками від заряду кульок. Із співвідношення $F_К = k\dfrac{q^2}{a^2} = mg\mathrm{tg}\dfrac{\alpha}{2}$ (див. задачу 1.17) з урахуванням співвідношення $a = 2l\sin\dfrac{\alpha}{2}$ та того, що $\alpha \ll 1$, дістаємо $a = \left(\dfrac{2klq^2}{mg}\right)^{1/3}$. Замінюючи q на $q/2$, знаходимо $b = \dfrac{a}{4^{1/3}} = 6{,}0$ см.

1.19. $q = a\sqrt{\dfrac{4\pi\varepsilon_0 a \cdot mg}{3l}} = 13{,}5$ нКл. **Вказівка.** Горизонтальне відхилення кожної з кульок $a/\sqrt{3} \ll l$; воно зумовлено рівнодійною двох однакових за модулем кулонівських сил, що утворюють між собою кут 60°.

1.20. На 0,25 нм. **Розв'язок.** Мінімальна відстань $r_{\min}$ досягається в момент зупинки електронів, коли вся їхня початкова кінетична

енергія переходить у потенціальну: $2 \cdot \frac{mv_0^2}{2} = k\frac{e^2}{r_{\min}}$. Звідси

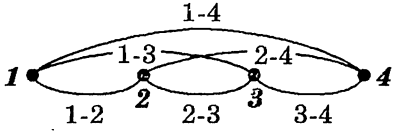
$$r_{\min} = \frac{ke^2}{mv_0^2} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mv_0^2} = 2{,}5 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

1.21. На 1 нм; у результаті взаємодії електрони обміняються швидкостями. **Вказівка.** Зручно перейти у систему відліку центра мас — у цій системі відліку електрони зближуються з однаковими швидкостями, що дорівнюють $v_0/2$, і скористатися здобутим у задачі 1.20 результатом. Оскільки процес відбувається без втрат механічної енергії, електрони в системі центра мас розлетяться після взаємодії зі швидкостями $v_0/2$.

1.22. $r_{\min} = \left(\frac{1}{r} + \frac{2\pi\varepsilon_0 m_1 m_2 (v_1 + v_2)^2}{q_1 q_2 (m_1 + m_2)}\right)^{-1}$.

1.23. $\frac{q^2(3\sqrt{2}-1)}{12\pi\varepsilon_0 a}$; $\frac{5q^2}{12\pi\varepsilon_0 a}$. **Розв'язок.** Робота A зовнішніх сил дорівнює зміні потенціальної енергії системи. Потенціальна енергія системи точкових зарядів дорівнює сумі енергій взаємодії всіх пар зарядів. Для чотирьох зарядів таких пар шість (див. рисунок). При лінійному розміщенні зарядів відстані між ними в трьох парах дорівнюють a, у двох дорівнюють $2a$ і в одній дорівнюють $3a$. Тому початкова енергія системи

$$W_{p0} = 3 \cdot kq^2/a + 2 \cdot kq^2/(2a) + kq^2/(3a) = 13kq^2/(3a).$$



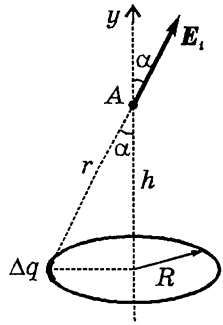
При розміщенні зарядів у вершинах квадрата чотири відстані в парах дорівнюють a і дві дорівнюють $a\sqrt{2}$. Тому $W_p = k\frac{q^2}{a}(4+\sqrt{2})$ та $A = W_p - W_{p0} = \frac{q^2(3\sqrt{2}-1)}{12\pi\varepsilon_0 a}$. При розміщенні зарядів у вершинах тетраедра всі відстані між зарядами дорівнюють a; отже, $W_p = 6kq^2/a$ та $A = \frac{5q^2}{12\pi\varepsilon_0 a}$.

1.24. $5{,}7 \cdot 10^{-12}$ Кл; $6{,}7 \cdot 10^{-12}$ Кл. **Вказівка.** Максимальне значення заряду Q обмежене як можливістю електричного пробою розрідженого повітря, так і відштовхуванням електронів від уже зарядженої кульки. Враховуючи перший фактор, одержуємо співвідношення

$k\frac{|Q|}{2R^2} \leqslant E_0$, враховуючи другий — співвідношення $k\frac{e|Q|}{2R} \leqslant \frac{mv_0^2}{2}$. Значення нагромадженого заряду має задовольняти *обидві* ці нерівності.

1.25. $E = \frac{hq}{4\pi\varepsilon_0(R^2+h^2)^{3/2}}$, $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(R^2+h^2)^{1/2}}$.

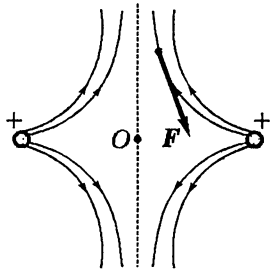
Розв'язок. Розіб'ємо кільце на малі ділянки з зарядами Δq. Кожну з таких ділянок можна розглядати як точковий заряд (для певності будемо вважати $q > 0$). Усі ці заряди віддалені від точки A на однакову відстань $r = \sqrt{R^2+h^2}$ (див. рисунок) і, згідно з принципом суперпозиції, дають свій внесок в $\boldsymbol{E}$ та φ. Очевидно, поле $\boldsymbol{E}$ напрямлене вздовж осі симетрії системи, тому $E = \Sigma E_{iy}$. Оскільки



$$E_{iy} = E_i \cos\alpha = k\frac{\Delta q}{r^2}\cdot\frac{h}{r},$$

знаходимо $E = \frac{kh}{r^3}\Sigma(\Delta q) = \frac{hq}{4\pi\varepsilon_0(R^2+h^2)^{3/2}}$. При підсумовуванні потенціалів усіх зарядів Δq дістаємо $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(R^2+h^2)^{1/2}}$.

1.26. Електрон не обов'язково пролетить через центр кільця; $v = \left(\frac{eq}{2\pi\varepsilon_0 m}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2+h^2}}\right)\right)^{\frac{1}{2}}$.



Розв'язок. Щоб знайти v, скористаємось здобутим у задачі 1.25 виразом для потенціалу φ поля зарядженого кільця. Згідно з законом збереження енергії $mv^2/2 - e\varphi_0 = -e\varphi$, де $\varphi_0 = q/(4\pi\varepsilon_0 R)$ — потенціал у центрі кільця. Тут $e > 0$ — елементарний електричний заряд. Звідси

$$v = \left(\frac{eq}{2\pi\varepsilon_0 m}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2+h^2}}\right)\right)^{\frac{1}{2}}$$

Проте для того, щоб електрон справді пролетів через центр кільця, рух електрона вздовж осі кільця має бути *стійким*. На рисунку зображено вигляд електричного поля кільця (кільце показано в розрізі; площина розрізу проходить через вісь кільця). Якщо елек-

трон випадково зміститься ледь убік щодо осі, то сила $\boldsymbol{F}$, що діє на нього з боку поля, спричинить ще більше відхилення від осі. Виходить, рух вздовж осі є нестійким: електрон майже напевно *не* пролетить через точку O.

1.27. $T = \dfrac{qQ}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2}$. **Вказівка.** Розгляньте сили, що діють на малий елемент кільця. Із умови $|Q| \gg |q|$ витікає, що кулонівською взаємодією різних ділянок кільця одна з одною можна знехтувати.

1.28. Кулька здійснюватиме гармонічні коливання: $x = x_0\cos\omega t$, де $\omega = \sqrt{\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 mR^3}}$. Кулька притягнеться до кільця.

Вказівка. На відстані $x \ll R$ від центра кільця на кульку діє повертаюча сила $F = \dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3}x$ (див. задачу 1.25). Див. також задачу 1.26.

1.29. При $\upsilon_0 \geqslant \upsilon_{\min} = \sqrt{\dfrac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 mR}}$ кулька віддалиться на нескінченність; при $\upsilon_0 < \upsilon_{\min}$ вона здійснюватиме коливання і врешті-решт притягнеться до кільця.

1.30. $F = \dfrac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 h^2}$. **Розв'язок.** Під дією електричного поля заряду $+q$ у пластині відбудеться поділ зарядів. На ближчій до заряду поверхні пластини утворюється негативний поверхневий заряд $-q$ (на цій поверхні закінчуються усі силові лінії, що виходять із заряду $+q$). Тому пластина притягне заряд. Щоб знайти силу цього притягання, скористаємось таким міркуванням. Електростатичне поле не проникає в область 1 (див. рис. *а*), тобто поле в цій області дорівнює нулю. Це означає, що поля заряду $+q$ та поверхневого заряду пластини компенсують одне одного в усій області 1. Отже, поле поверхневого заряду в області 1 збігається з полем заряду $-q$, розташованого в *тій самій* точці, що й заряд $+q$. Зазначимо тепер, що поле поверхневого заряду симетрично щодо площини поверхні, і тому в області 2 воно збігається з полем точкового заряду $-q$, розташованого симетрично заряду $+q$ відносно

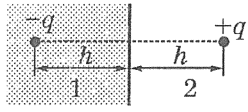


Рис. а

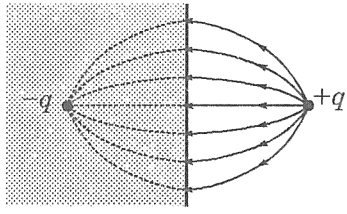
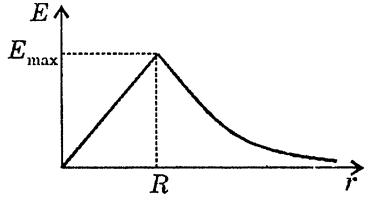


Рис. б

цієї поверхні (див. рис. *б*). Це поле діє на заряд $+q$ із силою $F = k\frac{q^2}{(2h)^2} = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 h^2}$. Використаний тут метод називається методом зображень: уявний заряд $-q$ є ніби зображенням реального заряду $+q$ у «дзеркальній» поверхні пластини.

1.31. $E = \frac{|Q|r}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$ при $r \leqslant R$; $E = \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ при $r > R$. Графік $E(r)$ див. на рисунку. **Вказівка.** Скористайтесь схожістю між законом Кулона та законом всесвітнього тяжіння.



До задачі 1.31

1.32. $\varphi = \frac{Q(3R^2 - r^2)}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$ при $r \leqslant R$; $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ при $r > R$. Графік $\varphi(r)$ див. на рис. *б*. **Розв'язок.** При $r > R$ поле зарядженої кулі збігається з полем точкового заряду, тому $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$. При $r = R$ потенціал $\varphi_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$. Щоб знайти потенціал при $r < R$, обчислимо роботу поля при переміщенні заряду q з точки, що перебуває на відстані r від центра кулі, до поверхні кулі. При малому переміщенні $\Delta A = qE\cdot\Delta r$. Значить, повна робота складає $A = qS_E$ (див. рис. *а*). Площа під графіком

$$S_E = \frac{E(r) + E(R)}{2}\cdot(R - r) = \frac{Q(R^2 - r^2)}{8\pi\varepsilon_0 R^3}.$$

З іншого боку, $A = q(\varphi(r) - \varphi_0)$. Звідси $\varphi = \frac{Q(3R^2 - r^2)}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$. Графік $\varphi(r)$ наведено на рис. *б*. При $r < R$ це парабола, при $r > R$ — гіпербола.

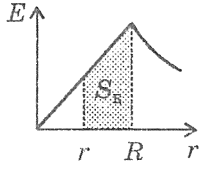


Рис. а

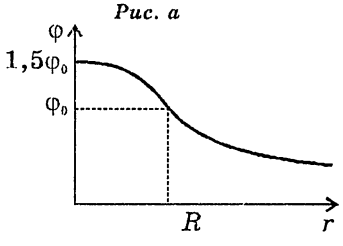


Рис. б

До задачі 1.32

1.33. $E = 0$, $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ при $r < R$; $E = \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ при $r \geqslant R$.

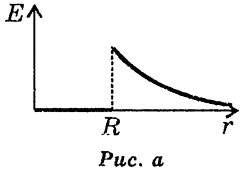


Рис. а

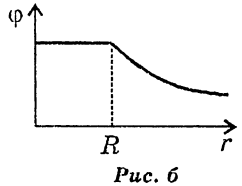
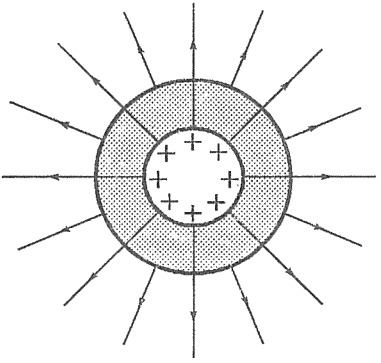


Рис. б

До задачі 1.33

Графіки $E(r)$ та $\varphi(r)$ наведено на рис. *а* та *б*. **Вказівка.** Див. задачі 1.31 та 1.32. Нагадаємо, що заряд розподілено по *поверхні* кулі.

1.34. Див. рисунок. При поляризації діелектрика *на його поверхнях* з'являються зв'язані заряди (на зовнішній — позитивні, на внутрішній — негативні). На рисунку позначено лише *вільні* заряди.



1.35. $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$. **Розв'язок.** Електричне поле всередині сфери відсутнє. Отже, *усі* точки в цій області мають однаковий потенціал, рівний φ. Простіш за все знайти потенціал у *центрі сфери*. Згідно з принципом суперпозиції він складається з потенціалу $\varphi_1 = kq/r$ поля точкового заряду та суми потенціалів усіх зарядів Δq, що утворилися на сфері внаслідок перерозподілу зарядів:

$$\varphi = \varphi_1 + \sum k \cdot \Delta q/R = \varphi_1 + (\sum \Delta q) \cdot k/R.$$

Оскільки $\sum \Delta q = 0$ (сфера в цілому не заряджена),

$$\varphi = \varphi_1 = q/(4\pi\varepsilon_0 r).$$

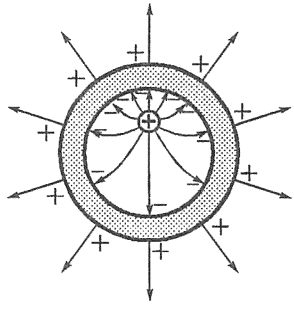
1.36. $Q = -qR/r$. **Розв'язок.** Потенціал заземленої кулі мусить залишатися рівним нулю. Це забезпечується перетіканням на нього негативного заряду Q. З умови $kq/r + kQ/R = 0$ (див. задачу 1.35) дістаємо $Q = -qR/r$.

1.37. $\Delta q = 19$ нКл. **Розв'язок.** Заряд переміщатиметься по дроту доти, доки потенціали куль не зрівняються. Умова рівності потенціалів $k(q_1 - \Delta q)/R_1 = k(q_2 + \Delta q)/R_2$. Звідси

$$\Delta q = \frac{q_1 R_2 - q_2 R_1}{R_1 + R_2} = 19 \text{ нКл}.$$

1.38. Розв'язок. 1) Усі силові лінії, що виходять із зарядженої кульки, закінчуються на внутрішній поверхні сфери (всередині провідника

поля немає). Отже, на внутрішній поверхні сфери індукується заряд $-Q$, а на зовнішній — заряд $+Q$. На внутрішній поверхні заряд розподіляється нерівномірно (див. рисунок), а на зовнішній — рівномірно, оскільки у товщі металу поле зарядженої кульки компенсується полем заряду $-Q$ на внутрішній поверхні. 2) Вигляд силових ліній показано на рисунку. Потенціал сфери $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$.



3) Поле поза сферою збігається з полем точкового заряду Q, розташованого в центрі сфери, тому на точковий заряд діятиме сила відштовхування $F = \dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Ця сила не зміниться за переміщення кульки всередині сфери: заряд q взаємодіє не з зарядженою кулькою, а з зарядами, індукованими на зовнішній поверхні сфери. 4) Якщо сферу заземлити, її потенціал обернеться на нуль внаслідок стікання на землю заряду з зовнішньої поверхні. Поле поза сферою при цьому зникне. Розподіл зарядів та поле всередині сфери не зміняться.

1.39. Сфера має заряд $-q$, рівномірно розподілений по зовнішній поверхні. Поле всередині сфери відсутнє, поза сферою — збігається з полем точкового заряду $-q$, розміщеного в центрі сфери.
Вказівка. Див. задачу 1.38.

1.40. $\varphi = 450$ В. **Розв'язок.** Якби кулю не було заземлено, потенціали сфери і кулі дорівнювали б kQ/R (див. задачу 1.33). При заземленні куля отримує від землі такий заряд q, що її потенціал обертається на нуль: $kq/r + kQ/R = 0$, звідси $q = -Qr/R$. Згідно з принципом суперпозиції

$$\varphi = k\frac{Q+q}{R} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(1 - \frac{r}{R}\right) = 450 \text{ В}.$$

1.41. $E = 0$ при $r < R_1$; $E = \dfrac{QR_1(R_3 - R_2)}{4\pi\varepsilon_0 R_2(R_3 - R_1)r^2}$ при $R_1 < r < R_2$ (поле напрямлене до центра); $E = \dfrac{QR_3(R_2 - R_1)}{4\pi\varepsilon_0 R_2(R_3 - R_1)r^2}$ при $R_2 < r < R_3$ (поле напрямлене від центра); $E = 0$ при $r > R_3$.
Вказівка. Див. задачу 1.40. Умови заземлення першої та третьої сфер мають вигляд

$$q_1/R_1 + Q/R_2 + q_3/R_3 = 0,\ q_1 + Q + q_3 = 0.$$

1.42. $-q\left(\frac{r}{R}\right)^{2N-1}$, $q\left(\frac{r}{R}\right)^{2N}$.

1.43. $\varphi_1 R_1/R_2$; $\varphi_1(1 - R_1/R_2)$. **Розв'язок.** Заряд Q кулі можна знайти із співвідношення $\varphi_1 = kQ/R_1$. Після з'єднання з оболонкою весь заряд перейде на зовнішню поверхню, внаслідок чого провідники набудуть потенціалу $\varphi_2 = kQ/R_2 = \varphi_1 R_1/R_2$. Якщо оболонку заземлити (не з'єднуючи її з кулею), то вона дістане від Землі такий негативний заряд q, що її потенціал обернеться на нуль. Отже, $q = -Q$ (при цьому система є електрично нейтральною і не створює поля ззовні). Заряд q, що з'явився на оболонці, змінює потенціал оболонки (та кулі) на $kq/R_2 = -\varphi_1 R_1/R_2$. Тоді згідно з принципом суперпозиції потенціал кулі дорівнює $\varphi_1(1 - R_1/R_2)$.

1.44. $|q| = Q\frac{|b-a|}{b+a}$. **Розв'язок.** До заземлення тонкі незаряджені оболонки не впливали на вигляд поля; кулі мали однакові потенціали. Після заземлення рівні (нульові) потенціали мають уже сферичні оболонки. Поле в тонких зазорах між кулями і оболонками можна вважати однорідним, його напруженість у однієї кулі $E_1 = k(Q + q)/R^2$, а у другої $E_2 = k(Q - q)/R^2$. Потенціали куль знайдемо з співвідношень $\varphi_1 - 0 = E_1 a$, $\varphi_2 - 0 = E_2 b$. Прирівнявши φ_1 та φ_2, знайдемо $q = Q\frac{b-a}{b+a}$. При $b > a$ заряд перетікає до першої кулі, при $b < a$ — до другої.

1.45. $p_e = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 R^4}$. **Розв'язок.** Потенціал оболонки $\varphi = kQ/R$, а потенціальна енергія кулонівської взаємодії зарядів оболонки $W_p = \varphi Q/2$ (множник 1/2 введено, щоб не враховувати енергію взаємодії кожної пари заряджених часток двічі). Уявімо, що під дією електростатичного тиску p_e радіус оболонки збільшився на малу величину ΔR. При цьому робота $A = p_e \cdot 4\pi R^2 \cdot \Delta R$ відбувається завдяки зменшенню потенціальної енергії системи: $A = -\Delta W_p$. Обчислимо цю величину:

$$\Delta W_p = \Delta\left(k\frac{Q^2}{2R}\right) = \left(k\frac{Q^2}{2R}\right)'\Delta R = -k\frac{Q^2\Delta R}{2R^2}.$$

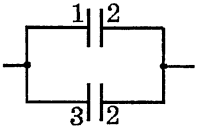
Звідси $p_e = k\frac{Q^2}{8\pi R^4} = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 R^4}$.

1.46. $p = 660$ Па. **Розв'язок.** Заряд розподілиться по поверхні краплини. В результаті (див. задачу 1.45) створюється тиск, що розтягує краплину: $p_1 = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 R^4} = 360$ Па. З іншого боку, внаслідок по-

верхневого натягу створюється лапласівський тиск, що стискає краплину: $p_2 = 2\sigma/R = 1020$ Па. Тиск усередині краплини $p = p_2 - p_1 = 660$ Па. Зазначимо, що при $p_1 > p_2$ сферична краплина втрачає стійкість і може навіть поділитися на дрібніші краплі.

1.47. Не зміниться. Збільшиться в 1,5 разів. **Розв'язок.** Введення тонких незаряджених пластин не змінює електричного поля всередині конденсатора, а, отже, й ємності конденсатора. Після з'єднання пластин проводом утворюється батарея з двох послідовно з'єднаних конденсаторів, ємність кожного з яких $C_1 = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d/3} = 3C_0$, де C_0 — початкова ємність конденсатора. Ємність батареї $C = C_1/2 = 3C_0/2$.

1.48. $C = 2\varepsilon_0\varepsilon S/d = 250$ пФ (тут ε — діелектрична проникність слюди). **Вказівка.** Пластини 1-2 та 2-3 утворюють два однакових конденсатори, що з'єднані паралельно (див. рисунок).



1.49. $q_1 = 30$ мкКл, $q_2 = 12$ мкКл, $q_3 = 18$ мкКл.
Розв'язок. Знайдемо повну електричну ємність C системи конденсаторів. Ємність з'єднаних паралельно конденсаторів 2 і 3 складає*) $C_{23} = C_2 + C_3$. Ця ділянка з'єднана послідовно з конденсатором 1, тому $C = \dfrac{C_1 C_{23}}{C_1 + C_{23}} = \dfrac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$. Повний заряд цієї батареї конденсаторів $q = \mathscr{E}C = 30$ мкКл. Саме такий заряд конденсатора 1 та батареї конденсаторів 2-3. Щоб знайти розподіл цього заряду між конденсаторами 2 і 3, найпростіше визначити напругу на них: $U_2 = U_3 = q/C_{23} = \mathscr{E}C_1/(C_1 + C_2 + C_3) = 3$ В. Звідси $q_2 = U_2C_2 = 12$ мкКл, $q_3 = U_3C_3 = 18$ мкКл.

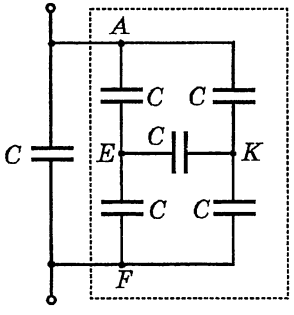
1.50. $C_0 = C_1$. **Розв'язок.** Внаслідок симетрії кола (верхня та нижня вітки кола однакові) потенціали точок A і B рівні, тобто напруга на увімкненому між ними конденсаторі $U = \varphi_A - \varphi_B$ дорівнює нулю. Отже, конденсатор ємністю C_2 не заряджений і його можна вилучити з кола**), не змінивши ємності кола. Після цього розрахунок стає нескладним.

---

*) Тут і надалі $C_{ik...l}$ означає ємність ділянки кола, що включає елементи з номерами $i, k, ... l$.

**) Тут і надалі мається на увазі, що при вилученні якогось елемента кола на його місці виникає розрив.

1.51. $C_0 = 2C$. **Вказівка.** Точки A і B, D і F з'єднано провідниками, тому $\varphi_A = \varphi_B$, $\varphi_D = \varphi_F$. Об'єднаємо точки з рівними потенціалами і перетворимо коло, не допускаючи ніде розривів та нових сполучень (див. рисунок; обведену пунктиром ділянку кола розглянуто в задачі 1.50).



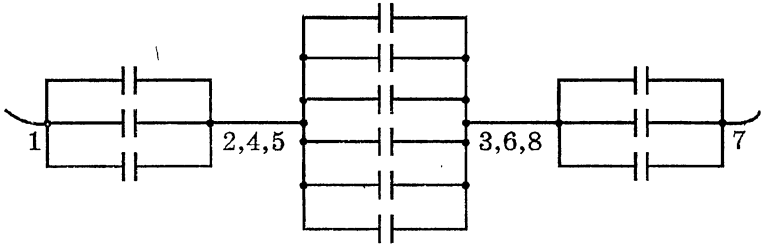
1.52. $q_1 = q_2 = CU/2$, $q_3 = q_4 = 4CU/5$; $\varphi_D - \varphi_E = -0{,}3U$. **Розв'язок.** Ємність верхньої вітки кола $C/2$, заряди на конденсаторах цієї вітки $q_1 = q_2 = CU/2$. Ємність нижньої вітки $C_{34} = \dfrac{C_3C_4}{C_3 + C_4} = \dfrac{4C}{5}$, заряди конденсаторів 3 і 4 $q_3 = q_4 = 4CU/5$. Напруги на конденсаторах 1 і 3: $U_1 = q_1/C_1 = U/2$, $U_3 = q_3/C_3 = 4U/5$. Оскільки $U_1 = \varphi_D - \varphi_A$ та $U_3 = \varphi_E - \varphi_A$, дістаємо $\varphi_D - \varphi_E = U_1 - U_3 = -0{,}3U$.

1.53. $C_0 = 6C$. **Розв'язок.** Дане коло не містить ні послідовних, ні паралельних з'єднань. На перший погляд, у ньому відсутня й симетрія між верхньою та нижньою вітками кола. Зазначимо, проте, що ємності конденсаторів нижньої вітки удвічі більші за відповідні ємності верхньої вітки. Доведемо, що, коли вилучити конденсатор-«перемичку», то зі співвідношення $C_1/C_2 = C_3/C_4$ (див. рисунок до умови задачі 1.52) випливає рівність потенціалів точок D і E. Справді, розподіл напруги у вітках кола описується рівняннями $U_1/U_2 = C_2/C_1$ та $U_3/U_4 = C_4/C_3$, звідки $U_1/U_2 = U_3/U_4$. Оскільки $U_1 + U_2 = U_3 + U_4$, дістаємо $U_1 = U_3$ (це можна довести й інакше, див. задачу 1.52). Із співвідношень $U_1 = \varphi_D - \varphi_A$ та $\varphi_E - \varphi_A$ випливає, що $\varphi_D = \varphi_E$. Отже, повернення в коло конденсатора-«перемички» нічого не змінить: заряджатися він не буде. Тепер підрахунок C_0 нескладний:

$$C_{12} = \frac{3C \cdot 6C}{3C + 6C} = 2C, \quad C_{34} = \frac{6C \cdot 12C}{6C + 12C} = 4C, \quad C_0 = C_{12} + C_{34} = 6C.$$

1.54. $C_0 = 1{,}2C$. **Розв'язок.** Схема має певну симетрію: точки 2, 4, 5 (а також 3, 6, 8) є «рівноправними». Отже, потенціали відповідних точок є однаковими, тому кожну зазначену групу з трьох точок можна об'єднати в одну точку. На рисунку показано еквівалентну

схему кола. Ємності послідовних ділянок $3C$, $6C$, $3C$. Із співвідношення $1/C_0 = 1/(3C) + 1/(6C) + 1/(3C)$ дістаємо $C_0 = 1{,}2C$.

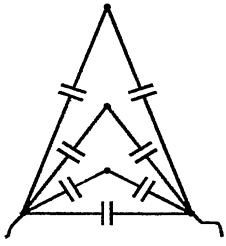


1.55. $U = 120$ В. **Вказівка.** Після зближення пластин повна ємність батареї конденсаторів подвоїлася, заряд же батареї не змінився.

1.56. У конденсаторі, заповненому діелектриком, зменшиться у $(\varepsilon + 1)/2$ разів, в незаповненому — збільшиться у $2\varepsilon/(\varepsilon + 1)$ разів. **Вказівка.** Напруженість електричного поля є прямо пропорційна напрузі на конденсаторі. Загальна напруга U ділиться між послідовно з'єднаними конденсаторами обернено пропорційно їхнім ємностям.

1.57. а) $U_{max} = 144$ В, б) $U_{max} = 36$ В. **Розв'язок.** Якщо до батареї прикладена напруга U, заряд батареї (отже, й кожного з конденсаторів) $q = \dfrac{C_1C_2U}{C_1 + C_2}$, а напруги на конденсаторах $U_1' = \dfrac{q}{C_1} = \dfrac{C_2U}{C_1 + C_2}$ та $U_2' = \dfrac{q}{C_2} = \dfrac{C_1U}{C_1 + C_2}$. При цьому мають *одночасно* виконуватися нерівності $U_1' \leqslant U_1$, $U_2' \leqslant U_2$. З них випливає, що U_{max} збігається з меншою з двох величин $(C_1 + C_2)U_1/C_2$ та $(C_1 + C_2)U_2/C_1$. Цей результат збігається з «очевидною» відповіддю $U_{max} = U_1 + U_2$ лише при $C_1U_1 = C_2U_2$. Підставляючи числові значення заданих величин, дістаємо: а) $U_{max} = 144$ В, б) $U_{max} = 36$ В.

1.58. $C_0 = 2{,}5C$; $C_0 = nC/2$. **Розв'язок.** Спробуємо спростити схему *до того*, як станемо зображувати. Врахуємо, що ті три точки, до яких не під'єднане зовнішнє коло, є «взаємозамінними», отже, їхні потенціали однакові. Підключені між цими точками конденсатори не заряджені і можуть бути вилучені з кола. Заряджені, таким чином, лише сім конденсаторів (див. рисунок). Ємність кожної з трьох однакових віток кола дорівнює $C/2$, а повна ємність системи $C_0 = 3 \cdot C/2 + C = 2{,}5C$. Аналогічний розрахунок показує, що при довільній кількості точок $C_0 = nC/2$.



1.59. $\varphi_A - \varphi_B = \mathscr{E}\dfrac{C_1C_4 - C_2C_3}{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}$; після вмикання резистора $\varphi_A - \varphi_B = 0$,

$C = \dfrac{(C_1 + C_3)(C_2 + C_4)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}$; відповідь не залежить від R.

1.60. $\varphi_A - \varphi_B = \dfrac{C_1\mathscr{E}_1 - C_2\mathscr{E}_2}{C_1 + C_2}$. **Розв'язок.** Батарея конденсаторів перебуває під напругою $\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2$; напрута на конденсаторі 1 становить $U_1 = C_2(\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2)/(C_1 + C_2)$. Оскільки струм у колі відсутній, різниця потенціалів на полюсах джерела струму дорівнює його ЕРС. Віднімаючи одну від одної рівності $\varphi_D - \varphi_B = \mathscr{E}_1$ та $\varphi_D - \varphi_A = U_1$, дістаємо відповідь.

1.61. а) $C/3$, б) C, в) $3C$, г) $3C/5$, д) $5C/3$, е) C. **Вказівка.** На рис. *б*, *в*, *д*, *е* наведено еквівалентні схеми відповідних кіл.

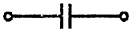


Рис. б

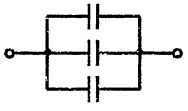


Рис. в

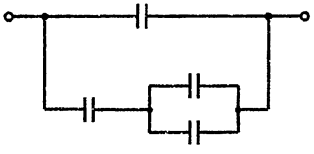


Рис. д

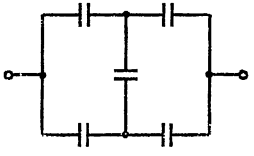


Рис. е

1.62. $U_1 = \dfrac{C_2C_3(\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3)}{C_1C_2 + C_2C_3 + C_3C_1} = 100$ В, $U_2 = \dfrac{C_1C_3(\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3)}{C_1C_2 + C_2C_3 + C_3C_1} = 150$ В,

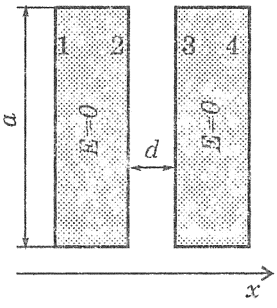
$U_3 = \dfrac{C_1C_2(\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3)}{C_1C_2 + C_2C_3 + C_3C_1} = 300$ В. **Вказівка.** У послідовному колі можна змінювати порядок розташування його елементів. Тому досить розглянути три послідовно з'єднаних конденсатори, підключені до джерела, що має напругу $\mathscr{E} = \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3$.

1.63. $U_1 = 5U_0/8$, $U_2 = 3U_0/8$, $U_3 = U_0/4$, $U_4 = U_5 = U_0/8$, $U_6 = 0$. **Розв'язок.** Обкладки конденсатора 6 з'єднано накоротко, тому в них рівні потенціали. Цей конденсатор не заряджений ($U_6 = 0$) і тому може бути вилучений з кола. Тоді $C_{45} = C/2$, $C_{345} = 3C/2$ та

$C_{2345} = \dfrac{C \cdot 1{,}5C}{C + 1{,}5C} = \dfrac{3}{5}C$. Після замикання ключа наявний на першому конденсаторі заряд CU_0 розподілиться між цим конденсатором та батареєю конденсаторів 2-3-4-5, так що $CU_0 = (C + C_{2345})U_1$,

звідки $U_1 = 5U_0/8$. Заряд батареї 2-3-4-5 (і конденсатора 2) дорівнює $C_{2345}U_1 = 3CU_0/8$. Отже, $U_2 = q_2/C = 3U_0/8$, $U_3 = U_1 - U_2 = U_0/4$ і $U_4 = U_5 = U_0/8$.

1.64. Розв'язок. Електричне поле являє собою суперпозицію полів чотирьох заряджених площин (на рисунку пластини схематично потовщені). Значення напруженості поля кожної з площин $E_i = \dfrac{|q_i|}{2\varepsilon_0 a^2}$, де $i = 1, 2, 3, 4$. Всередині кожної з металевих пластин напруженість поля дорівнює нулю. З урахуванням напряму полів дістаємо рівняння $q_1 - q_2 - q_3 - q_4 = 0$, $q_1 + q_2 + q_3 - q_4 = 0$.



Звідси випливає: $q_1 = q_4$, $q_2 = -q_3$. Згідно з умовою $q_1 + q_2 = 3Q$, $q_3 + q_4 = Q$. Розв'язуючи систему цих чотирьох рівнянь, дістаємо $q_1 = q_4 = 2Q$, $q_2 = -q_3 = Q$. Напруженість поля між пластинами $E = (q_1 + q_2 - q_3 - q_4)/(2\varepsilon_0 a^2)$, напруга $U = Ed = Qd/(\varepsilon_0 a^2)$.

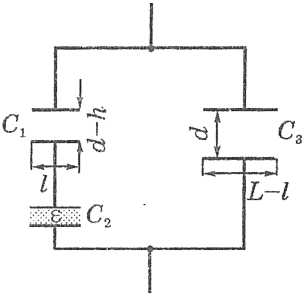
1.65. $U = 10$ В.

1.66. а) $C = \dfrac{\varepsilon_0 S(L + (\varepsilon - 1)l)}{Ld}$;

б) $C = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{\varepsilon d - (\varepsilon - 1)h}$;

в) $C = \dfrac{\varepsilon_0 S(L - l)}{Ld} + \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S l}{L(\varepsilon d - (\varepsilon - 1)h)}$.

Вказівка. У випадку *в* систему можна представити як батарею з двох повітряних конденсаторів та одного конденсатора, повністю заповненого діелектриком (див. рисунок). Звідси при $h = d$ та $l = L$ дістаємо розв'язки відповідно для випадків *а* та *б*.



1.67. б) $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d - h}$; в) $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{L}\left(\dfrac{l}{d - h} + \dfrac{L - l}{d}\right)$. **Вказівка.** Всередині провідника електричне поле відсутнє, тому заряд переходить з обкладки конденсатора, що торкається провідника, на поверхню провідника, звернену до іншої обкладки. Це означає, що об'єм конденсатора фактично зменшується. Формально можна дістати відповіді граничним переходом $\varepsilon \to \infty$ з відповідей задачі 1.66, оскільки в задачах *електростатики* провідник можна розглядати як діелектрик із нескінченно великою діелектричною проникністю.

1.68. 1) $\varphi_2 = U/3$, $\varphi_3 = 2U/3$. 2) $\varphi_2 = \varphi_3 = U/2$; напруженість поля в проміжках 1-2 та 3-4 збільшиться в 1,5 раза, у проміжку 2-3 поле зникне. 3) Ємність конденсатора та заряди на обкладках зростуть у 1,5 раза. **Вказівка.** Див. задачу 1.47.

1.69. Розв'язок. Поки конденсатор з'єднано з джерелом сталої ЕРС, $U = \text{const}$. Тому зручно використати формулу для енергії зарядженого конденсатора у вигляді $W_p = CU^2/2$, де $C = \varepsilon_0 S/d$. Ємність C при розсуванні пластин зменшується. Отже, зменшується й W_p. Куди ж «зникає» енергія конденсатора та до того ж енергія, що її витрачено на розсування пластин, які притягуються одна до одної? Річ у тому, що заряд конденсатора при розсуванні пластин зменшується і заряд, що уходить, проходить через акумулятор, виконуючи роботу *проти* сторонніх сил. «Зникаюча» енергія при цьому частково переходить у внутрішню, а частково — запасається в акумуляторі. Отже, закон збереження енергії, зрозуміло, виконується. Якщо ж коло розімкнуто, то напруга на конденсаторі при розсуванні пластин вже не залишатиметься сталою. Сталим буде тепер заряд q конденсатора, тому формулу для енергії зарядженого конденсатора зручніше записати у вигляді $W_p = q^2/(2C)$. При розсуванні пластин (зменшенні C) енергія конденсатора збільшується: зовнішні сили виконують позитивну роботу, а «піти» енергії цього разу нікуди.

1.70. а) $q = \text{const}$; U, E та W зменшуються в ε разів; б) $U = \text{const}$, $E = \text{const}$; q та W збільшуються в ε разів.
Вказівка. Див. задачу 1.69.

1.71. Розв'язок. Якщо б конденсатор не було заряджено, то при витіканні з нього рідкий діелектрик набув би деякої кінетичної енергії W_k. При зарядженому конденсаторі витікання уповільнюється: на діелектрик діє сила, що втягує його в поле конденсатора. Отже, в цьому випадку діелектрик набуває кінетичної енергії W_k', меншої за W_k. Різниця $W_k - W_k'$ саме й дорівнюватиме збільшенню енергії конденсатора, про яке йдеться в умові (якщо можна знехтувати втратами енергії, зумовленими внутрішнім тертям при витіканні рідини).

1.72. Розв'язок. Спочатку в обох випадках необхідно долати однакову силу F притягання пластин. У випадку *а* заряд пластин залишається незмінним, тому не змінюється й напруженість поля E, так що $F = \text{const}$. У випадку *б* сталою залишається напруга U на конденсаторі, а E зменшується, як і заряд на обкладках ($E = U/d$). Отже, зменшується й сила притягання між пластинами. Тому при однаковому переміщенні пластин у випадку *б* знадобиться виконати меншу роботу.

1.73. $Q = C\mathscr{E}^2/3$. **Розв'язок.** Повна ємність батареї конденсаторів (отже, й запасена в ній енергія) після переключення не змінюється: вона

дорівнює $2C/3$. Отже, енергія, що виділилася, могла надійти лише від джерела ЕРС: $Q = A_{ст} = \Delta q \cdot \mathscr{E}$ (тут $A_{ст}$ — робота сторонніх сил у джерелі, Δq — заряд, що пройшов всередині джерела від його негативного полюса до позитивного). З рисунків *а* та *б*, що показують розподіл зарядів на обкладках конденсаторів відповідно до та після перемикання, видно: заряд $\Delta q = C\mathscr{E}/3$ пішов з верхньої обкладки лівого конденсатора і, отже, пройшов через джерело. Таким чином, $Q = C\mathscr{E}^2/3$. Цікаво, що при зворотному перемиканні знов виділиться така ж сама кількість теплоти.

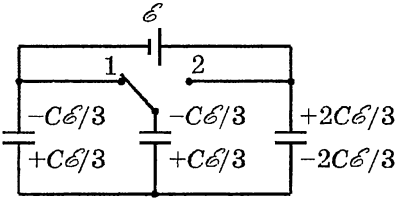


Рис. а

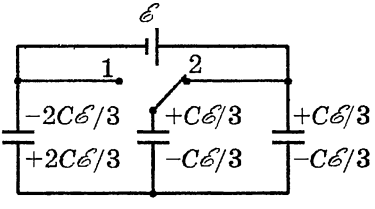


Рис. б

1.74. $\varphi = \dfrac{\varphi_0}{N^{2/3}}$. **Розв'язок.** Позначимо заряд великої краплини Q, тоді заряд кожної з маленьких краплин $q = Q/N$, радіуси великої та маленьких краплин (R та r) пов'язані умовою незмінності загального об'єму ртуті: $R^3 = Nr^3$. Оскільки $\varphi_0 = kQ/R$ та $\varphi = kq/r$, дістаємо $\varphi = \dfrac{\varphi_0}{N^{2/3}}$.

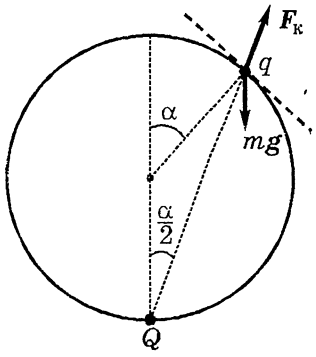
1.75. Зменшується у $N^{2/3}$ разів. **Вказівка.** Див. задачі 1.45 та 1.74.

1.76. Розв'язок. Коли нитки натягнуто, кульки розміщуються у вершинах ромба. Діагоналі ромба дорівнюють $2l\sin\alpha$ та $2l\cos\alpha$, де l — сторона ромба, α — кут між стороною та будь-якою з діагоналей. У положенні стійкої рівноваги потенціальна енергія W_p кулонівської взаємодії кульок повинна бути мінімальною. Оскільки відстані між сусідніми кульками, сполученими ниткою, є фіксованими, досить визначити, коли енергія взаємодії між «протилежними» кульками буде мінімальною: $W_p = k\dfrac{q^2}{2l\sin\alpha} + k\dfrac{q^2}{2l\cos\alpha}$. Досліджуючи W_p як функцію кута α (наприклад, за допомогою похідної), знаходимо, що мінімальне значення W_p досягається при $\alpha = 45°$, коли ромб перетворюється на квадрат.

1.77. $Q > 32\pi\varepsilon_0 mgR^2/q$.

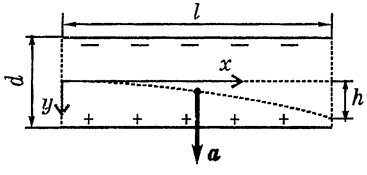
Розв'язок. Необхідною умовою рівноваги є, безперечно, виконання нерівності $F_К = kQq/(4R^2) > mg$. Проте цього не досить: рівновага

має бути стійкою відносно зміщень кульки *вздовж поверхні сфери*. Для цього необхідно, щоб при малих кутах α проекція кулонівської сили на дотичну до кола (див. рисунок) перевищувала за модулем проекцію сили тяжіння на той самий напрямок: $F_к \sin\frac{\alpha}{2} > mg\sin\alpha$. Оскільки при малих α можна вважати $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{2}$, дістаємо $F_к > 2mg$, звідки $Q > 32\pi\varepsilon_0 mgR^2/q$.



1.78. Парабола. $h = 2{,}7$ мм.

Розв'язок. Електричне поле всередині конденсатора є однорідним, його напруженість $E = U/d$. Поле надає електрону сталого прискорення $a = eE/m = eU/(md)$, напрямленого перпендикулярно до пластин. Тому рух електрона є подібним рухові горизонтально кинутого тіла: координати електрона (див. рисунок) змінюються з часом за законом $x = vt$, $y = at^2/2$. Вилучаючи з цих співвідношень t, дістаємо рівняння траєкторії (це парабола). Підставивши в нього $x = l$, знаходимо $h = \frac{eUl^2}{2mv^2d} = 2{,}7$ мм.



1.79. $H = \frac{eUl(l+2L)}{2mv^2d} = 2{,}47$ см.

1.80. $s = d\left(1 - \frac{mv_0^2\sin^2\alpha}{2Ue}\right)$ при $U > \frac{mv_0^2\sin^2\alpha}{2e}$;

$s = 0$ при $U \leqslant \frac{mv_0^2\sin^2\alpha}{2e}$.

1.81. $U = 150$ В. При $l = 10$ см задача не має розв'язку.

Розв'язок. Енергія електрона відповідає розгону його напругою $U_0 = 1500$ В, тобто $mv_0^2/2 = eU_0$, де v_0 — початкова швидкість електрона в конденсаторі. Проекції початкової швидкості на осі x та y (див. задачу 1.78) дорівнюють відповідно $v_0\cos\alpha$ та $v_0\sin\alpha$. Щоб

швидкість електрона при вилітанні була паралельна пластинам, має виконуватися умова $v_0\sin\alpha - at = 0$, де $a = Ue/(md)$, а час прольоту електрона через конденсатор $t = l/(v_0\cos\alpha)$. Звідси $U = dU_0\sin 2\alpha/l$. При $l = 5$ см дістаємо $U = 150$ В, а при $l = 10$ см дістаємо $U_2 = 75$ В. Проте розв'язання задачі ще не закінчено: необхідно перевірити, чи зможе електрон пролетіти через *весь* конденсатор. Знайдемо зміщення h електрона по осі y за час руху в конденсаторі: $h = \frac{v_0 t \sin\alpha}{2} = \frac{l\,\mathrm{tg}\alpha}{2}$. Необхідна умова прольоту електрона через весь конденсатор: $h < d$. При $l = 5$ см ця умова виконується, а при $l = 10$ см — ні.

1.82. $v = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{eEl}{mv_0}\right)^2} = 2{,}7 \cdot 10^7$ м/с; швидкість напрямлена під кутом $\alpha = \mathrm{arctg}\frac{eEl}{mv_0^2} = 41°$ до площини пластин.

Вказівка. Див. задачу 1.78.

1.83. $U_2 = 2d^2U_1/l^2 = 100$ В. **Вказівка.** Див. задачу 1.78. Електрони не вилітають із конденсатора, якщо $at^2/2 \geqslant d/2$.

1.84. $h = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)U^2}{2\rho g d^2}$ при $U < d\sqrt{\frac{2\rho g a}{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)}}$; $h = a$ при $U \geqslant d\sqrt{\frac{2\rho g a}{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)}}$.

Розв'язок. Біля краю конденсатора виникає різко неоднорідне поле, що втягує діелектрик (див. задачу 1.12). Безпосереднє обчислення цього поля та діючих на рідину сил — задача дуже складна. Щоб знайти h, скористаємось тим, що потенціальна енергія W_p замкненої системи у стані стійкої рівноваги є мінімальною. Ця енергія складається з потенціальної енергії $mgh/2 = \rho g d a h^2/2$ рідини, що піднялася ($h/2$ — висота її центра ваги) та енергії електричного поля конденсатора $q^2/(2C)$, де $q = \mathrm{const}$, а ємність конденсатора C залежить від висоти підйому рідини: $C(h) = \frac{\varepsilon_0 a^2}{d}\left(1 + (\varepsilon - 1)\frac{h}{a}\right)$ (див. задачу 1.66). Таким чином, $W_p(h) = \frac{\rho g d a h^2}{2} + \frac{q^2}{2C(h)}$. Прирівнюючи до нуля похідну $W'_p(h)$, дістаємо $\rho g d a h - \frac{q^2}{2C^2(h)}C'(h) = 0$. Оскільки $C'(h) = \frac{\varepsilon_0 a(\varepsilon - 1)}{d}$ та $q/C = U$, дістаємо $h = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)U^2}{2\rho g d^2}$. Зрозуміло, h не може перевищувати a (якщо

рідина й підніметься до верхнього краю конденсатора, неоднорідне поле в цій області не дозволить рідині витікати).

2.1. l = 340 м, S = 0,10 мм^2. **Розв'язок.** З співвідношень $m = dlS$ та $R = \rho l/S$ (тут d — густина міді, а ρ — її питомий опір) дістаємо $l = \sqrt{\dfrac{mR}{d\rho}}$, $S = \sqrt{\dfrac{\rho m}{dR}}$.

2.2. $j = E/\rho$. **Вказівка.** Скористайтесь законом Ома та співвідношенням $U = El$, де l — довжина провідника.

2.3. Розв'язок. У схемі *а* амперметр дає правильні показники — він вимірює силу струму через резистор. Вольтметр, навпаки, «бреше»: він вимірює *суму* напруг на резисторі (U_R) та амперметрі (U_A). Тому насправді $R = \dfrac{U_R}{I} = \dfrac{U}{I} - \dfrac{U_A}{I} = \dfrac{U}{I} - R_A$. Вимірювання за схемою *а* з використанням зазначеної в умові наближеної формули дає малу похибку для великих опорів $R \gg R_A$ (опір вольтметра при цьому не є суттєвим). Розглядаючи аналогічно схему *б*, дістаємо $\dfrac{1}{R} = \dfrac{I}{U} - \dfrac{1}{R_V}$. Похибка в цьому випадку мала для малих опорів $R \ll R_V$ (опір амперметра при цьому не є суттєвим).

2.4. $R = \dfrac{UR_V}{IR_V - U}$ = 61 Ом, абсолютна похибка $\Delta R = R - U/I \approx 1$ Ом, відносна похибка $\Delta R/R = 2\%$.

2.5. Розв'язок. За схемою, показаною на рис. *а*, вимірюємо опір вольтметра: $R_V = U_1/I_1$. Після цього за допомогою схеми, показаної на рис. *б*, знаходимо $R = \dfrac{U_2}{I_2 - U_2/R_V} = \dfrac{U_1U_2}{U_1I_2 - U_2I_1}$. Такий метод можна застосовувати, якщо чутливість мікроамперметра достатня для вимірювання малих струмів I_1 та I_2.

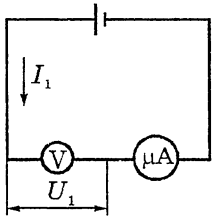


Рис. а

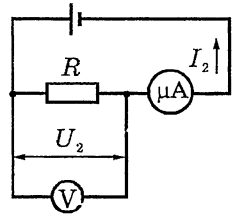


Рис. б

2.6. i = 0,80 мкА. **Розв'язок.** При всуванні пластини змінюється ємність конденсатора C, а, отже, і $q = CU$. Коли пластину всунуто

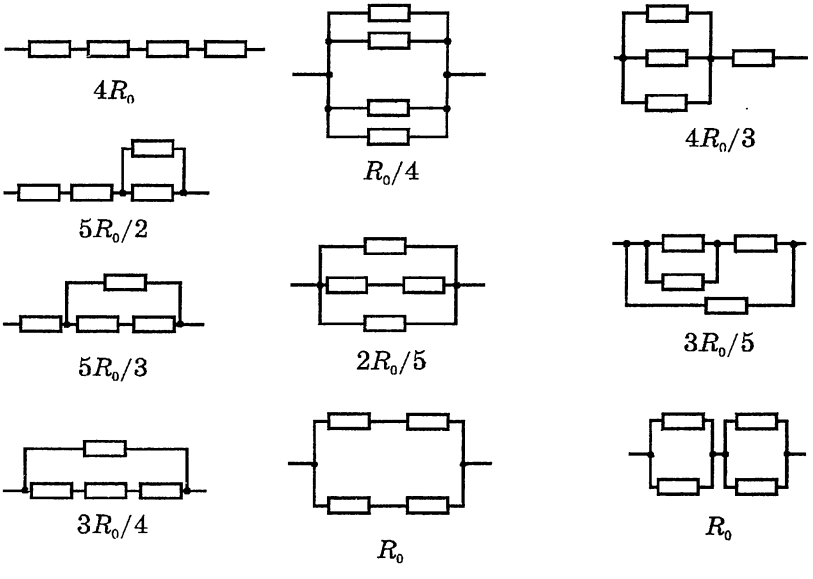
в конденсатор на відстань x, його ємність $C = \frac{\varepsilon_0 a^2}{d}\left(1 + (\varepsilon - 1)\frac{x}{a}\right)$ (див. задачу 1.66). Сила струму в колі

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)aU}{d} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)aUv}{d} = 0{,}80 \text{ мкА}.$$

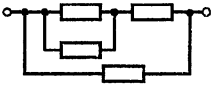
2.7. Точки вмикання мають ділити кільце у відношенні 1 : 3.
Розв'язок. Ділянки кільця з'єднані між собою паралельно. Позначимо довжину кільця l, а довжину однієї з ділянок x. Тоді опори ділянок R_0x/l та $R_0(l - x)/l$, а опір усього кола $R = R_0x(l - x)/l^2$. Звідси дістаємо відношення x/l: воно дорівнює 0,25 або 0,75. Обидва значення відповідають одному розв'язанню — поділу кільця на дві частини у відношенні 1 : 3.

2.8. $R_0/4 = 8$ Ом. **Вказівка.** Добуток $x(l - x)$ є максимальним при $x = l/2$.

2.9. Усього можна дістати 15 значень R. На рисунку показано з'єднання чотирьох резисторів. Опори R_0, $2R_0$, $R_0/2$, $3R_0$, $R_0/3$, $2R_0/3$, $3R_0/2$ можна дістати, використовуючи не більше ніж три резистори.



2.10. Чотири резистори (див. рисунок).



2.11. $R = 18$ Ом; $I_1 = I_6 = 2$ А, $I_3 = 1{,}2$ А, $I_2 = I_4 = I_5 = 0{,}8$ А.

Розв'язок. Резистори 2, 4 та 5 з'єднані послідовно, $R_{245} = R_2 + R_4 + R_5 = 30$ Ом. Резистор 3 увімкнуто паралельно до цієї ділянки кола, $R_{2345} = \dfrac{R_3 R_{245}}{R_3 + R_{245}} = 12$ Ом. Резистори 1 та 6 з'єднано з ділянкою 2-3-4-5 послідовно, $R = R_1 + R_6 + R_{2345} = 18$ Ом. Через резистори 1 та 6, що увімкнені у нерозгалужену частину кола, йде *весь* струм: $I_1 = I_6 = I = U/R = 2$ А. На ділянці ж 2-3-4-5 струм розгалужується. Напруга на цій ділянці кола $U_3 = IR_{2345} = 24$ В. Згідно з законом Ома $I_3 = U_3/R_3 = 1{,}2$ А, $I_2 = I_4 = I_5 = U_3/R_{245} = 0{,}8$ А. Як і слід було чекати, $I_2 + I_3 = I$.

2.12. Розв'язок. Простий перебір показує, що умові задачі можуть задовольняти лише схеми, зображені на рис. *а* і *б*. Знайдемо опори резисторів. Схема *а* при вмиканні до будь-якої пари клем являє собою послідовне з'єднання двох резисторів. Із співвідношень $R_{AB} = r_1 + r_2$, $R_{BC} = r_2 + r_3$, $R_{AC} = r_1 + r_3$ дістаємо $r_1 = 3$ Ом, $r_2 = 2$ Ом, $r_3 = 6$ Ом. Для схеми *б* дістанемо систему рівнянь

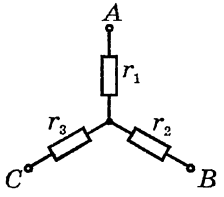


Рис. а

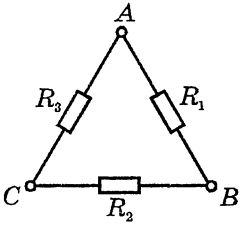


Рис. б

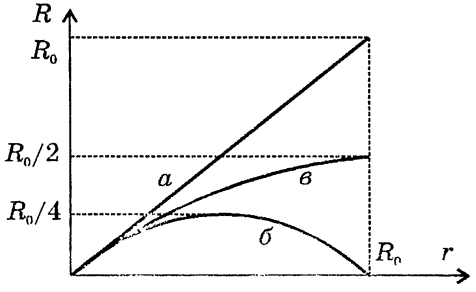
$$\begin{cases} R_{AB} = \dfrac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}, \\ R_{BC} = \dfrac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}, \\ R_{AC} = \dfrac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}. \end{cases}$$

Складаючи перші два рівняння та віднімаючи третє, дістаємо $2R_1R_2 = (R_{AB} + R_{BC} - R_{AC})(R_1 + R_2 + R_3)$. Аналогічно дістаємо вирази для R_2R_3 та R_1R_3. Почленно поділивши їх одне на одно та підставивши числові значення R_{AB}, R_{BC}, R_{AC}, дістаємо: $R_2/R_1 = 2$, $R_3/R_1 = 3$. Виражаючи в будь-якому з початкових рівнянь R_2 та R_3 через R_1, дістаємо $R_1 = 6$ Ом, $R_2 = 12$ Ом, $R_3 = 18$ Ом.

2.13. Розв'язок. Для випадку *а*, очевидно, $R = r$. У випадку *б* обидві частини обмотки реостата з'єднані паралельно, тому

$$R = \frac{r(R_0 - r)}{r + (R_0 - r)} = \frac{r(R_0 - r)}{R_0}.$$

У випадку *в* частина обмотки з'єднана паралель-



но з резистором, тому дістаємо $R = \frac{rR_0}{r + R_0}$. На рисунку наведено графіки цих залежностей (пряма, парабола та гіпербола).

2.14. $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 60$ Ом, $R_3 = 40$ Ом.

2.15. а) $R = R_0/3$; б) $R = 3R_0/5$; в) $R = R_0$.
Розв'язок. а) Оскільки точки A і C, B і D закорочені, їхні потенціали однакові. Об'єднавши ці точки (див. рис. *а*), дістаємо $R = R_0/3$.

б) Еквівалентну схему показано на рис. *б*.

в) Найбільш зручна еквівалентна схема (див. рис. *в*) утвориться, якщо витягнути в одну лінію резистори 1 і 5, а також 4 і 3. Із симетрії схеми випливає, що $\varphi_B = \varphi_C$, тому резистор 2 можна вилучити (пор. із задачею 1.61, рис. *е*). Тоді $R = R_0$.

2.16. $R = R_0/2$. **Вказівка.** На рисунку наведено схему кола (опір кожного резистора R_0). Див. задачу 2.15, випадок *в*.

2.17. $R = 2R_0/n$. **Вказівка.** Пор. із задачею 1.58.

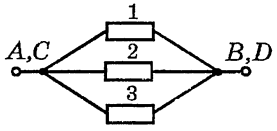


Рис. а

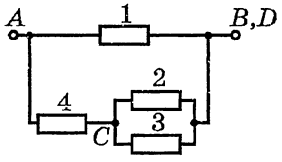


Рис. б

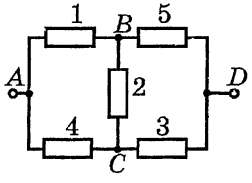
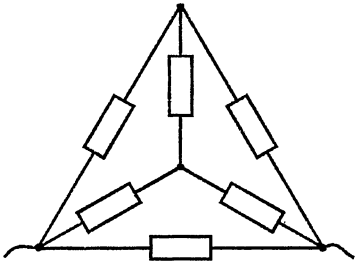
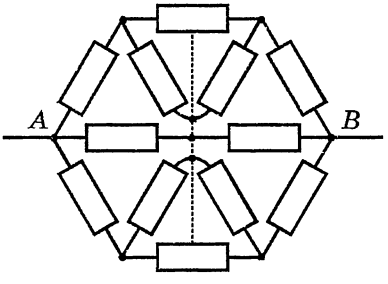


Рис. в

До задачі 2.15



До задачі 2.16



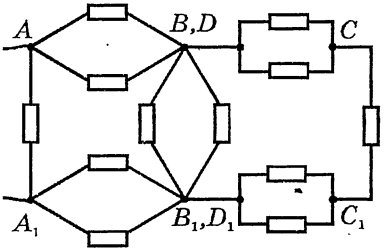
До задачі 2.18

2.18. $R = 0{,}8R_0$. **Вказівка.** Симетрія кола дає можливість «розрубати» вузол у центрі (див. рисунок), не змінюючи опору кола.

2.19. $R = 5R_0/6$. **Вказівка.** Пор. із задачею 1.54.

2.20. $R = 3R_0/4$. **Вказівка.** Із симетрії кола випливає, що потенціали точок A, B, C_1 та D_1 однакові. Накресліть еквівалентну схему, в якій усі ці точки об'єднано.

2.21. $R = 7R_0/12$. **Вказівка.** Зверніть увагу на те, що система симетрична відносно площини AA_1CC_1. Отже, потенціали точок B та D, B_1 та D_1 попарно збігаються. Об'єднуючи ці точки, дістаємо показану на рисунку еквівалентну схему.



2.22. $R = 3R_0/2$. **Вказівка.** Для отримання еквівалентної схеми можна скористатися симетрією кола: або «розірвати» коло (див. рис. *а*), або об'єднати точки з рівними потенціалами (на рис. *б* їх позначено однаковими буквами; у відповідній еквівалентній схемі на рис. *в* опір кожного резистора R_0).

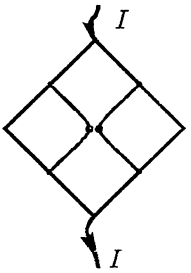


Рис. а

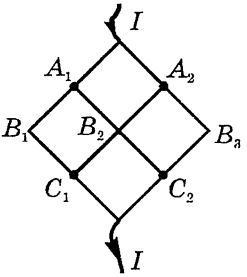


Рис. б

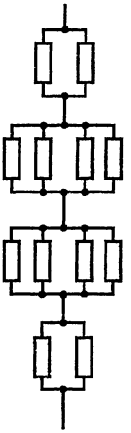
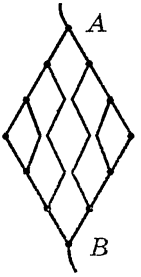
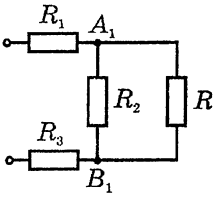


Рис. в

2.23. $R = 13R_0/7$. **Вказівка.** Еквівалентну схему показано на рисунку.

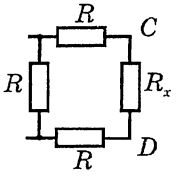


2.24. $R = \frac{R_1 + R_3}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4R_2}{R_1 + R_3}}\right)$. **Розв'язок.** Вилучення однієї комірки не спричиняє зміни опору *нескінченного* кола. Отже, все коло, що міститься праворуч від ланки A_1B_1, також має опір R (див. еквівалентну схему на рисунку).

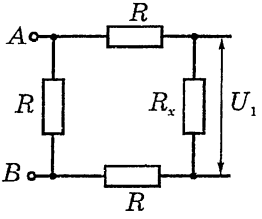


Це дає змогу написати рівняння $R = R_1 + R_3 + \frac{R_2 R}{R_2 + R}$, з якого дістаємо $R = \frac{R_1 + R_3}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4R_2}{R_1 + R_3}}\right)$. Якщо $R_2 \ll R_1 + R_3$, дістаємо $R = R_1 + R_3$ (резистор із малим опором R_2 практично закоротить усе наступне нескінченне коло).

2.25. $R_x = (\sqrt{3} - 1)R \approx 0{,}73R$. **Вказівка.** Опір кола не зміниться при вилученні крайньої праворуч комірки, якщо показане на рисунку коло, що складається з цієї комірки та резистора R_x, також має опір R_x.



До задачі 2.25



До задачі 2.26

2.26. У $(2 + \sqrt{3})^N$ разів менше.

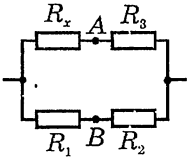
Вказівка. На рисунку показано еквівалентну схему даного кола. Еквівалентна схема кола з *будь-якою* кількістю комірок має *такий самий* вигляд (див. задачу 2.25). Отже, при додаванні кожної нової комірки напруга на виході зменшиться в $(R_x + 2R)/R_x$ разів.

2.27. $R = 297$ Ом. **Розв'язок.** Позначимо повний струм у колі I, тоді через гальванометр йде струм I/n, і напруга на гальванометрі $U_г = IR_г/n$. Отже, загальний опір паралельно з'єднаних гальванометра та шунта $R_{гш} = U_г/I = R_г/n$. Опір усього кола лишається незмінним, якщо $R = R_г(1 - 1/n) = 297$ Ом.

2.28. $R_д = 32$ Ом.

2.29. Збільшити на $(n - 1)\left(R_д + \frac{R_г R_ш}{R_г + R_ш}\right)$.

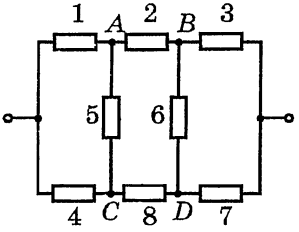
2.30. $R_x = R_1R_3/R_2$. **Розв'язок.** Струм не йде через гальванометр, коли прилад увімкнуто між точками з рівними потенціалами. Отже, гальванометр можна вилучити з кола (див. рисунок). Тоді з умови $\varphi_A = \varphi_B$ дістаємо $U_x = U_1$, $U_3 = U_2$. Оскільки $U_x/U_3 = R_x/R_3$ та $U_1/U_2 = R_1/R_2$, дістаємо $R_x/R_3 = R_1/R_2$.



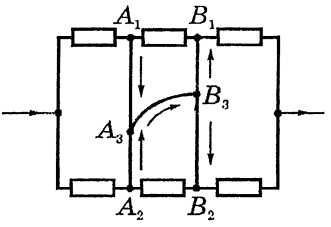
2.31. Вказівка. Див задачу 2.30.

2.32. Розв'язок. За збалансованого моста струм між точками C і D не йде незалежно від того, чи замкнено ключ. У противному разі замикання чи розмикання ключа змінює розподіл струмів у колі. Значить, треба підібрати таке положення повзуна D, за якого покази гальванометра не змінюються внаслідок замикання чи розмикання ключа. Опір R_x обчислюється за формулою, наведеною в задачі 2.31. Зазначимо, проте, що в реальному колі така перестановка приладів може спричинити вихід гальванометра з ладу.

2.33. $I_1 = I_2 = I_3 = 4$ А; $I_4 = I_7 = I_8 = 2$ А; $I_5 = I_6 = 0$.
Вказівка. На рисунку показано еквівалентну схему кола. Оскільки $R_1 : R_2 : R_3 = R_4 : R_8 : R_7$, потенціали точок A та C, B та D збігаються.



До задачі 2.33



До задачі 2.34

2.34. Струми виникнуть, напрямки струмів показано на рисунку. Потенціали точок зміняться (якщо опором проводів можна знехтувати, то потенціали всіх шести точок A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3 зрівняються).

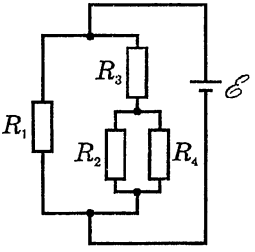
2.35. Від точки A до точки B тече струм $I = U/(3R)$.
Розв'язок. Оскільки опором провідника AB можна знехтувати, потенціали точок A і B можна вважати однаковими. Об'єднавши ці точки, дістанемо ділянки кола 1-3 та 2-4 з рівними опорами. Напруга на кожній із цих ділянок $U/2$, струми через резистори 1 і 2 відповідно $I_1 = U/(2R)$ та $I_2 = U/(6R)$. Повертаючись до початкової схеми, дістаємо струм I через провідник AB: із закону збереження заряду випливає, що $I = I_1 - I_2 = U/(3R)$ тече від A до B.

2.36. $I = 4$ А.

2.37. $I = 0{,}1$ А; $U = 14{,}6$ В.

2.38. $I_1 = 2$ А. **Вказівка.** Резистори утворюють збалансований міст (див. задачу 2.31), що дає можливість вилучити резистор R.

2.39. $I_A = 6$ А. **Вказівка.** Еквівалентна схема з вилученим амперметром (див. рисунок) дає змогу знайти силу струму через кожний із резисторів. Повертаючись до початкової схеми, знаходимо I_A за допомогою закону збереження заряду: $I_A = I - I_4$ або $I_A = I_1 + I_2$ (пор. із задачею 2.35).



До задачі 2.39

2.40. $R = 2$ Ом. **Розв'язок.** У випадку однієї лампи згідно з законом Ома $U_1 = \dfrac{\mathscr{E}R}{R + r}$. При паралельному вмиканні другої лампи опір зовнішнього кола дорівнює $R/2$, так що $U_2 = \dfrac{\mathscr{E}R}{R + 2r}$. Звідси $R = \dfrac{2U_2 - U_1}{U_1 - U_2} r = 2$ Ом.

2.41. $\mathscr{E} = 20{,}4$ В. **Розв'язок.** Позначимо опори вольтметрів R_1 та R_2, внутрішній опір джерела r. Із закону Ома випливає, що $\dfrac{\mathscr{E}}{R_1 + r} = \dfrac{U_1'}{R_1}$. При послідовному з'єднанні $\dfrac{U_1}{R_1} = \dfrac{U_2}{R_2} = \dfrac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2 + r}$. Звідси $\mathscr{E} = \dfrac{U_1'U_2}{U_1' - U_1} = 20{,}4$ В.

2.42. Амперметр показує $I_A = \dfrac{\mathscr{E}R_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} = 0{,}67$ А (в обох випадках).

2.43. $R_V = R^2/r = 10$ кОм.

2.44. $U = \dfrac{\mathscr{E}_1r_2 - \mathscr{E}_2r_1}{r_1 + r_2}$; $U = \dfrac{\mathscr{E}_1r_2 + \mathscr{E}_2r_1}{r_1 + r_2}$. **Розв'язок.** Струм у колі йде проти годинникової стрілки. Сила струму $I = \dfrac{\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2}{r_1 + r_2}$. Шукана різниця потенціалів (тобто напруга U на джерелах) $U = \mathscr{E}_1 - Ir_1 = \dfrac{\mathscr{E}_1r_2 - \mathscr{E}_2r_1}{r_1 + r_2}$; звернемо увагу на те, що $U = 0$ при $\mathscr{E}_1/r_1 = \mathscr{E}_2/r_2$, тобто коли у обох джерел однакові струми короткого замикання. Якщо змінити полярність другого джерела, у формулі для U знак перед $\mathscr{E}_2$ також зміниться: $U = \dfrac{\mathscr{E}_1r_2 + \mathscr{E}_2r_1}{r_1 + r_2}$. Для джерел з однаковими ЕРС дістаємо $U = \mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_2$.

2.45. Потенціали всіх зазначених точок збігаються. **Розв'язок 1.** Коло має симетрію відносно поворотів: після повороту, наприклад, за

стрілкою годинника на одну ланку коло в цілому не змінюється, проте точка A_1 посідає місце точки A_2. Оскільки при повороті *усього* кола потенціали точок не змінюються, $\varphi_{A1} = \varphi_{A2}$. Цей висновок легко узагальнити: $\varphi_{A1} = \varphi_{Ak}$ при всіх k.

Розв'язок 2. Згідно із законом Ома для замкнутого кола сила струму $I = \frac{N\mathscr{E}}{Nr} = \frac{\mathscr{E}}{r}$, тобто кожний елемент «працює» в режимі короткого замикання. Тому різниця потенціалів на будь-якому елементі (або групі елементів) дорівнює нулю. Вдавшись до аналогічних міркувань, можна довести, що такий самий результат матиме місце й для *різних* елементів, якщо в них однакові струми короткого замикання.

2.46. Потенціали точок збігаються, якщо між цими точками парна кількість елементів; різниця потенціалів дорівнює $\pm\mathscr{E}$, якщо кількість елементів між точками непарна.

2.47. Розв'язок. Позначимо ЕРС кожного з елементів $\mathscr{E}$, тоді повна ЕРС батареї $n\mathscr{E}$; її внутрішній опір nr/m. Оскільки $m = N/n$, сила струму через резистор $I = \frac{n\mathscr{E}}{\frac{nr}{m} + R} = \frac{N\mathscr{E}}{nr + \frac{N}{n}R}$. Мінімальне значення знаменника цього виразу досягається при $nr = NR/n$, тобто при $n = \sqrt{\frac{NR}{r}}$ та $m = \sqrt{\frac{Nr}{R}}$. При цьому внутрішній опір батареї збігається з опором навантаження. За заданих числових значень дістаємо $n_0 = 14{,}1 \approx 14$, $m_0 = 7{,}07 \approx 7$. Таким чином, найбільше значення сили струму досягається, якщо використовувати лише 98 із 100 елементів.

2.48. $N = 8$. **Вказівка.** Див. задачу 2.47.

2.49. $\mathscr{E} = 8{,}7$ В; $r = 0{,}05$ Ом. **Розв'язок.** На початку розряджання акумулятора його ЕРС та внутрішній опір такі ж самі, як наприкінці заряджання. Отже, $U_2 = \mathscr{E} - I_2 r$ та $U_1 = \mathscr{E} + I_1 r$ (щоб електричні заряди рухались *проти* сторонніх сил, напруга на акумуляторі має перевищувати його ЕРС). Звідси

$$r = \frac{U_1 - U_2}{I_1 + I_2} = 0{,}05 \text{ Ом}, \quad \mathscr{E} = \frac{I_1 U_2 + I_2 U_1}{I_1 + I_2} = 8{,}7 \text{ В}.$$

2.50. $I_1 = 21$ А; $I_2 = 6{,}3$ А; $I_3 = 14{,}6$ А. **Вказівка.** Кола, всі елементи яких підлягають закону Ома, називаються лінійними, тому що сила струму в *кожній* ділянці лінійно залежить від ЕРС на *всіх* ділянках кола. Для розрахунку лінійних кіл застосуємо такий метод. Припустимо спочатку, що акумулятор «втратив» свою ЕРС, зберігши внутрішній опір. Тоді неважко знайти струми в колі, зу-

мовлені лише ЕРС генератора. Аналогічний розрахунок виконаємо потім для випадку, коли «втратив» ЕРС генератор. Для отримання відповіді лишається скласти струми, створювані в кожній ділянці кола *лише* акумулятором та *лише* генератором (з урахуванням напрямків цих струмів). Розглянутий метод називається «методом суперпозиції».

2.51. Напруга може стати рівною нулю на затискачах того елемента, в якого менший струм короткого замикання. Якщо це елемент 1, то $R = \mathscr{E}_2 r_1/\mathscr{E}_1 - r_2$. Якщо ж струми короткого замикання в елементів однакові, то при $R = 0$ напруги на обох елементах дорівнюють нулю.

2.52. $\mathscr{E} = \dfrac{R_1\mathscr{E}_0}{r_0 + R_1 + R_2} = 0{,}60$ В.

2.53. $\mathscr{E} = 36$ В; $r = 0{,}50$ Ом. **Вказівка.** Із закону Ома для замкнутого кола випливає: $\dfrac{R_1 + r}{R_2 + r} = \dfrac{I_2}{I_1}$.

2.54. Розв'язок. Напруга між точками C і D після увімкнення резистора становить $U_{CD} = \dfrac{\mathscr{E}R_{CD}}{r + R_{CD}}$, де $R_{CD} = \dfrac{R_1(R_2 + R)}{R_1 + R_2 + R}$. Отже,

$$I = \frac{U_{CD}}{R_2 + R} = \frac{\mathscr{E}R_1}{(r + R_1)(R + R_2) + rR_1}.$$

Зауваження. Цей результат можна записати у вигляді $I = \dfrac{\mathscr{E}'}{r' + R}$, де $\mathscr{E}' = \dfrac{\mathscr{E}R_1}{r + R_1}$ — напруга між розімкненими клемами A і B, а $r' = R_2 + \dfrac{rR_1}{r + R_1}$ — опір показаного на рисунку в умові задачі двополюсника між точками A і B. Таким чином, даний двополюсник можна розглядати як джерело струму з електрорушійною силою $\mathscr{E}'$ та внутрішнім опором r'. Цей підхід є застосовним до будь-якого двополюсника, що складається з лінійних (тобто таких, що підлягають закону Ома) елементів.

2.55. $I = \dfrac{U_0 I_0}{U_0 + I_0 R}$. **Вказівка.** Див. зауваження до задачі 2.54. Розглядуваний двополюсник можна замінити еквівалентним джерелом струму, в якого ЕРС дорівнює U_0, а сила струму при короткому замиканні I_0.

2.56. $q = \dfrac{U\left|C_2R_2 - C_1R_1\right|}{R_1 + R_2}$. **Розв'язок.** До замикання ключа сума зарядів на правій обкладці конденсатора C_1 та лівій обкладці конденсатора C_2 дорівнювала нулю (вони були з'єднані послідовно). Після зами-

кання ключа кожний із конденсаторів увімкнений паралельно відповідному резистору, тому напруги на них $U_1 = UR_1/(R_1 + R_2)$ і $U_2 = UR_2/(R_1 + R_2)$. Сума зарядів на тих самих обкладках конденсаторів тепер складає $q = C_2U_2 - C_1U_1 = \dfrac{U(C_2R_2 - C_1R_1)}{R_1 + R_2}$. Саме цей заряд пройшов через ключ (якщо $q > 0$, струм йшов від B до A, якщо $q < 0$ — від A до B).

2.57. $\varphi_A - \varphi_B = U\left(\dfrac{R_1}{R_1 + R_2} - \dfrac{C_2}{C_1 + C_2}\right)$.

2.58. $U_1 = \dfrac{(C + C_2)\mathscr{E}}{C_1 + C_2 + 2C}$; $U_2 = \dfrac{(C + C_1)\mathscr{E}}{C_1 + C_2 + 2C}$. **Вказівка.** Точки, між якими увімкнений резистор, можна об'єднати.

2.59. $U_1 = 0$, $U_2 = U_3 = \mathscr{E}$.

2.60. $\mathscr{E} = 222$ В.

2.61. $q = \dfrac{4\mathscr{E}CR(r + R)}{(2R + r)(2R + 3r)}$. **Вказівка.** Еквівалентні схеми кола при замкнутому та розімкнутому ключі наведено відповідно на рис. *а* та *б*. Зверніть увагу на те, що при розмиканні ключа знаки зарядів на обкладках конденсатора змінюються.

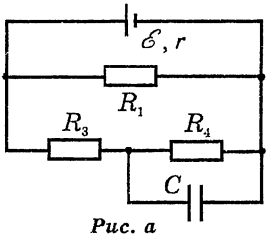


Рис. а

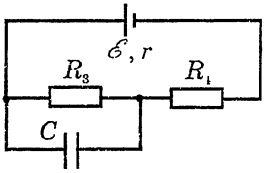


Рис. б

2.62. $q = C\mathscr{E}/8$. **Розв'язок.** Дістанемо різницю потенціалів між точками A і B. Напруги на з'єднаних послідовно резисторах відносяться як 3 : 1, так що $\varphi_D - \varphi_B = 3\mathscr{E}/4$. Заряди сполучених із точкою A обкладок конденсаторів дорівнюють $2C(\varphi_A - \varphi_D)$, $3C(\varphi_A - \varphi_E)$, $C(\varphi_A - \varphi_B)$ і в сумі дають нуль. Звідси $\varphi_A - \varphi_B = \mathscr{E}/8$. Заряд на конденсаторі ємності C становить $q = C(\varphi_A - \varphi_B) = C\mathscr{E}/8$.

2.63. $U = \dfrac{\mathscr{E}R_1R_2}{R_1R_2 + r(R_1 + R_2)} = 30$ В; $I_1 = U/R_1 = 3{,}75$ А; $I_2 = 1{,}25$ А;
$P = U(I_1 + I_2) = 150$ Вт.

2.64. $R = r$. **Вказівка.** В обох випадках через нагрівник тече струм однакової сили. Значить, $\dfrac{\mathscr{E}}{\dfrac{r}{N} + R} = \dfrac{N\mathscr{E}}{Nr + R}$.

2.65. $N = \dfrac{U(\mathscr{E} - U)}{rP_0} = 8.$

2.66. Напруга знизиться на 8 В. **Розв'язок.** За номінальною потужністю приладів (що відповідає напрузі U в мережі) дістанемо їх електричні опори: $R_1 = U^2/P_1 = 480$ Ом, $R_2 = U^2/P_2 = 97$ Ом. До вмикання електрокаміна напруга на лампі була $U_1 = \dfrac{UR_1}{R_0 + R_1} = 218$ В. Після вмикання електрокаміна загальний опір споживачів електроенергії $R_{12} = \dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = 81$ Ом, а напруга на них $U_2 = \dfrac{UR_{12}}{R_0 + R_{12}} = 210$ В. Таким чином, напруга знизилась на 8 В. На практиці, проте, нехтувати залежністю опору нагрівальних приладів від температури не можна (див., наприклад, задачу 3.2).

2.67. $R_x = \dfrac{2R_0}{\sqrt{3}} = 23$ Ом.

2.68. $r = \sqrt{R_1R_2}$. **Розв'язок.** Резистор з опором R споживає від джерела потужність $P = I^2R = \dfrac{R\mathscr{E}^2}{(R+r)^2}$. Згідно з умовою, $P_1 = P_2$, звідки $r = \sqrt{R_1R_2}$.

2.69. $r = \sqrt{R_1R_2} = 3{,}0$ Ом. **Вказівка.** Див. задачу 2.68.

2.70. $I_{\text{кз}} = \sqrt{\dfrac{P}{R_1}} + \sqrt{\dfrac{P}{R_2}} = 25$ А.

2.71. Повна потужність 24 Вт; перша лампочка споживає 9,6 Вт, а друга 14,4 Вт. **Розв'язок.** З співвідношення $P = U^2/R$ випливає, що навіть *повна* споживана потужність буде меншою від 40 Вт (збільшення опору навантаження при $U = \text{const}$ спричиняє зменшення потужності). Лампочка, розрахована на більшу потужність (60 Вт), має менший опір і, оскільки $P = I^2R$, горітиме *менш яскраво*, ніж «40-ватна» (адже сила струму при послідовному з'єднанні є однаковою для обох лампочок). Вважаючи, що опір кожної лампочки не залежить від розжарювання*), дістаємо: $R_1 = U^2/P_1$, $R_2 = U^2/P_2$. При послідовному вмиканні $I = \dfrac{U}{R_1 + R_2} = \dfrac{P_1P_2}{U(P_1 + P_2)}$, по-

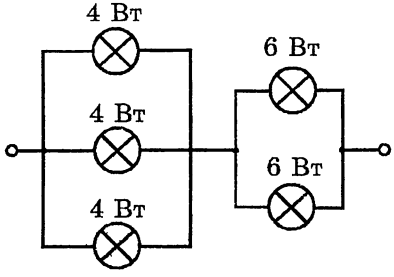
---

*) Насправді при збільшенні напруги на лампочці від 0 до 220 В її опір може зрости приблизно в 10 разів.

тужності лампочок $P_1' = \dfrac{P_1 P_2^{\,2}}{(P_1+P_2)^2} = 9{,}6$ Вт, $P_2' = \dfrac{P_1^{\,2} P_2}{(P_1+P_2)^2} = 14{,}4$ Вт.

При цьому повна споживана потужність $P = P_1' + P_2' = \dfrac{P_1 P_2}{P_1+P_2} = 24$ Вт.

2.72. Див. рисунок. **Вказівка.** При паралельному з'єднанні трьох лампочок номінальною потужністю по 4 Вт або двох по 6 Вт виходять «споживачі», розраховані на однакову напругу та однакову потужність, отже — такі, що мають однакові опори.



2.73. $I_{кз} = \dfrac{P_1 I_2^2 - P_2 I_1^2}{P_1 I_2 - P_2 I_1} = 20$ А.

2.74. Через 8 хвилин; через 36 хвилин. **Розв'язок.** Позначимо опори обмоток чайника R_1 та R_2, напругу в мережі U. Кількість теплоти, яка необхідна для доведення води до кипіння, $Q = \dfrac{U^2}{R_1}t_1 = \dfrac{U^2}{R_2}t_2 = \dfrac{U^2}{R_1+R_2}t_{посл} = \left(\dfrac{U^2}{R_1} + \dfrac{U^2}{R_2}\right)t_{пар}$. Звідси $R_1/R_2 = t_1/t_2$; час закипання води при послідовному з'єднанні обмоток $t_{посл} = t_1 + t_2 = 36$ хв, при паралельному $t_{пар} = \dfrac{t_1 t_2}{t_1+t_2} = 8$ хв. Насправді теплопередача від чайника до навколишнього повітря досить велика. Втрати тепла тим більші, чим повільніше відбувається нагрівання. Отже, $t_{посл} > 36$ хв, а $t_{пар} < 8$ хв.

2.75. $d = 2{,}7$ мм. **Розв'язок.** Падіння напруги на проводах дорівнює kU, де $k = 0{,}01$. Напруга на виході лінії $(1 - k)U \approx U$. Сила струму в лінії наближено дорівнює P/U, а опір лінії $R = kU^2/P$. Для двопровідної лінії $R = 2\rho l/S$, де $S = \pi d^2/4$, ρ — питомий опір міді. Звідси $d = \dfrac{2}{U}\sqrt{\dfrac{2\rho l P}{\pi k}} = 2{,}7$ мм.

2.76. У 20 разів. **Вказівка.** Див. задачу 2.75.

2.77. $v_1/v_2 = 1{,}6$. **Розв'язок.** При рівномірному русі горизонтальною ділянкою шляху сила тяги $F_1 = \mu mg$; при рівномірному русі на підйомі $F_2 = mg(\mu + k)$ (ми врахували, що $k \ll 1$). Механічна потужність, що розвивається, $N = Fv$, а споживана електрична потужність $P = UI$. Вважаючи ККД двигуна незмінним, дістаємо $N_1/P_1 = N_2/P_2$, звідки $\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{I_1}{I_2}\left(1 + \dfrac{k}{\mu}\right) = 1{,}6$.

2.78. $I = \dfrac{\pi D^2}{4}\sqrt{\dfrac{dc(t_{пл} - t_0)}{\rho\tau}} = 47$ А. Тут d, ρ, c та $t_{пл}$ — відповідно густина, питомий опір, питома теплоємність та температура плавлення заліза.

2.79. Алюмінієвий дріт. **Розв'язок.** Питання зводиться до того, який із дротів при *швидкому* нагріванні (без втрат тепла) раніше нагріється до «своєї» температури плавлення. Необхідний для цього час $\tau = \left(\dfrac{\pi D^2}{4I}\right)^2 \cdot \dfrac{dc(t_{пл} - t_0)}{\rho}$ (див. задачу 2.78). Перегорить алюмінієвий дріт, в якого значення величини $\dfrac{dc(t_{пл} - t_0)}{\rho}$ найменше. Зауважимо, що при перегорянні плавиться дуже короткий відрізок дроту, тому враховувати витрати тепла на плавлення не слід.

2.80. Першим перегорить алюмінієвий дріт, потім мідний і нарешті залізний. **Вказівка.** Див. задачі 2.78 та 2.79. До всіх дротів прикладена однакова *напруга*; час нагрівання $\tau = \rho dc(t_{пл} - t_0)l^2/U^2$.

2.81. $\tau = 0{,}2$ с; температура проводів підвищиться на $\Delta t = 0{,}1$°C. **Вказівка.** Див. задачу 2.78.

2.82. Розв'язок. Згідно із законом Ома для замкнутого кола $I = \mathscr{E}/(R + r)$. Графік цієї залежності (гіпербола) наведено на рис. *а*. Напруга $U = IR = \mathscr{E}R/(R + r)$. Графік (теж гіпербола) наведений на рис. *б*. Потужність у зовнішньому колі $P = I^2R = \mathscr{E}^2R/(R + r)^2$; повна потужність $P_0 = I^2(R + r) = \mathscr{E}^2/(R + r)$ (див. рис. *в*). ККД кола $\eta = P/P_0 = R/(R + r)$ (див. рис. *г*). Щоб дослідити на максимум функцію $P(R)$, скористаємось нерівністю $R + r \geqslant 2\sqrt{Rr}$, в якій рівність досягається лише при $R = r$. Отже, $P(R)$ досягає макси-

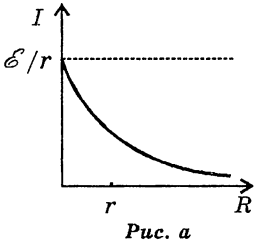


Рис. а

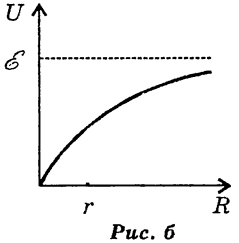


Рис. б

мального значення при $R = r$ (таке навантаження називають узгодженим). При цьому ККД кола становить лише 50%.

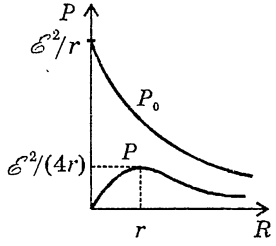


Рис. в

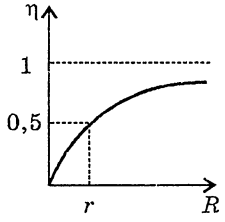
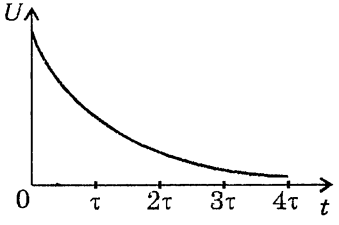


Рис. г

2.83. $\tau \sim RC$, див рисунок.



Розв'язок. Із зменшенням напруги на конденсаторі зменшується й сила струму i, тобто розряджання відбувається дедалі повільніше. Під часом розряджання розуміють час помітної зміни напруги (наприклад, удвічі). Оцінити цей час можна, наприклад, методом розмірностей: τ може залежати лише від R, C та, можливо, від початкової напруги U_0 на конденсаторі. Одиниці виміру цих величин відповідно: 1 Ом, 1 Ф = 1 Кл/В = 1 с/Ом та 1 В. Із цих величин можна побудувати величину з розмірністю часу єдиним способом — помножити R на C. Отже, $\tau \sim RC$. Як бачимо, час розряджання не залежить від початкової напруги. Можна дістатися того ж самого результату й інакше: кількість теплоти $i^2R\tau$, що виділилася за час τ, має бути порівнянною із початковою енергією зарядженого конденсатора $CU_0^2/2$. Вважаючи $i \sim U_0/R$, дістаємо той самий результат: $\tau \sim RC$.

Точний закон спадання напруги на конденсаторі має вигляд $U = U_0 e^{-t/(RC)}$. За час $\tau = RC$ напруга спадає в $e \approx 2{,}7$ раза; за час 5τ — у 150 разів, за 10τ — у 22 000 разів.

2.84. $I = \dfrac{\mathscr{E}}{r + Rx(1-x)}$; $U = \dfrac{\mathscr{E}Rx(1-x)}{r + Rx(1-x)}$;

$P = \dfrac{\mathscr{E}^2 Rx(1-x)}{(r + Rx(1-x))^2}$.

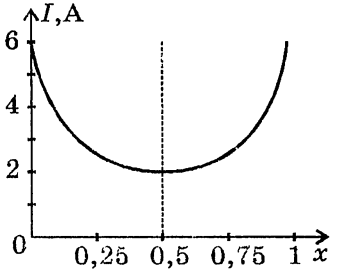


Рис. а

Див. рис. *а*, *б*, *в*. **Вказівка.** Обидві частини реостата з'єднано паралельно, опір зовнішнього кола $R_0 = Rx(1 - x)$; усі графіки симетричні щодо прямої $x = 1/2$. Пояснимо характерний «двогорбий» вигляд графіка $P(x)$: максимум досягається для узгодженого навантаження (див. задачу 2.82) —

при R_0 = 2 Ом. При переміщенні ж повзуна реостата від будь-якого краю до середини величина R_0 змінюється від нуля до $R/4$ = 4 Ом, проходячи при цьому через значення 2 Ом.

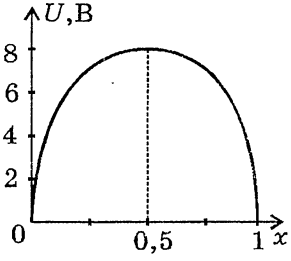


Рис. б

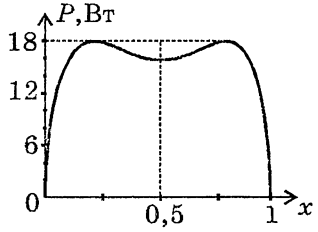


Рис. в

3.1. v = 0,45 мм/с. **Розв'язок.** Скористаємось співвідношенням $I = enSv$, де e — елементарний заряд, n — концентрація вільних електронів, S — площа перерізу провідника. Згідно з умовою, n збігається з концентрацією атомів міді, тобто $n = N/V = \rho N_A/M$ (тут ρ — густина, а M — молярна маса міді; N_A — стала Авогадро; $N = \rho V N_A/M$ — кількість атомів міді в об'ємі V). Оскільки, з іншого боку, $I = jS$, дістаємо $v = \dfrac{jM}{eN_A\rho} = 0{,}45$ мм/с. Ця швидкість (її називають дрейфовою) є мізерно малою в порівнянні з середньою швидкістю неупорядкованого руху електронів.

3.2. t = 2200°С. **Розв'язок.** Опір лампи в робочому режимі $R = U^2/P$ = = 28,8 Ом, а за температури t_1 він значно менший: $R_1 = U_1/I_1$ = = 2,5 Ом. Із співвідношення $R = R_1(1 + \alpha(t - t_1))$, де α — температурний коефіцієнт опору, дістаємо $t = t_1 + \dfrac{R - R_1}{\alpha R_1} = 2200°\text{C}$.

3.3. Розв'язок. Частина спіралі, на яку потрапить вода, дуже охолодиться (здебільшого за рахунок випаровування води). Оскільки опір металу при охолодженні зменшується, сила струму зросте. У результаті розжарення тієї частини спіралі, куди *не* потрапила вода, збільшиться. Через це спіраль може перегоріти.

3.4. Залізний стержень має бути довшим від вугільного в 62 рази. **Розв'язок.** При температурі t електричний опір стержня $R = \rho_0 l(1 + \alpha t)/S$, де ρ_0 — питомий опір при 0°С, α — температурний коефіцієнт опору, l — довжина стержня (ми не враховуємо теплового розширення). Повний опір сполучених стержнів $R_{12} = \rho_{01}l_1/S + \rho_{02}l_2/S + t(\rho_{01}l_1\alpha_1 + \rho_{02}l_2\alpha_2)/S$. Тут і далі індекс 1 відповідає вугільному стержню, а індекс 2 — залізному. Значення R_{12} не за-

лежать від температури, якщо коефіцієнт при t в останній формулі дорівнює нулю. Виразивши значення ρ_{01}, ρ_{02} через питомі опори ρ_1, ρ_2 при $t_1 = 20°C$ (див. Додаток), дістаємо

$$\frac{l_2}{l_1} = -\frac{\rho_{01}\alpha_1}{\rho_{02}\alpha_2} = -\frac{\rho_1\alpha_1(1+\alpha_2 t_1)}{\rho_2\alpha_2(1+\alpha_1 t_1)} = 62\,.$$

3.5. Розв'язок. При вмиканні нагрівника струм у проводах, що підводять електроенергію до квартири, різко зростає. Відповідно зростає падіння напруги на проводах, а через це зменшується напруга на лампочках. Потім при підвищенні температури нагрівника його опір збільшується в декілька разів. Оскільки при збільшенні опору струм у колі зменшується, напруга на лампочках збільшується, хоч і не досягає початкової величини.

3.6. $l = 0{,}34$ м. **Розв'язок.** Опір нитки розжарення в робочому стані $R = U^2/P = \rho l/S$, де $S = \pi d^2/4$, а ρ — питомий опір розжареної нитки. Згідно з умовою $\rho/\rho_0 = T/T_0$, тому $l = \dfrac{\pi d^2 U^2 T_0}{4P\rho_0 T} = 0{,}34$ м. Тут ρ_0 — питомий опір вольфраму при температурі $T_0 = 293$ К (див. Додаток).

3.7. $q = \rho j^2$. **Розв'язок.** За час Δt в усьому об'ємі V провідника виділяється кількість теплоти $Q = I^2 R\Delta t$, де $I = jS$, $R = \rho l/S$. Звідси $q = Q/(V\Delta t) = \rho j^2$.

3.8. $U_1 = 530$ В, $U_2 = 130$ В. **Розв'язок.** Нитка перегорить, коли нагріється до температури плавлення вольфраму $T = 3650$ К. При цій температурі $\rho = \rho_0 T/T_0$ (див. розв'язок задачі 3.6), потужність $P = \dfrac{U^2}{R} = \dfrac{\pi U^2 T_0 d^2}{4T\rho_0 l}$, що виділяється, практично вся витрачається на теплове випромінювання, тобто $P = \sigma T^4 \cdot \pi d l$. Звідси $U = 2lT^2\sqrt{\dfrac{\sigma T\rho_0}{T_0 d}}$. Товста нитка перегорить при меншій напрузі, оскільки потужність, що виділяється струмом, пропорційна d^2, а площа поверхні, з якої відбувається тепловіддача, пропорційна d.

3.9. $h = \dfrac{MIt}{neN_A\rho S} = 15$ мкм (тут M — молярна маса нікелю, ρ — його густина).

3.10. $W = \dfrac{mUenN_A}{M\eta} = 130$ МДж $= 37$ кВт·год. Тут M — молярна маса алюмінію, а n — його валентність.

3.11. $T = \dfrac{2eN_A npV}{Rq} = 310$ К (тут R — універсальна газова стала, $n = 2$ — валентність кисню). **Вказівка.** Скористайтесь законом електролізу та рівнянням Менделєєва-Клапейрона; врахуйте, що кисень, який виділився, утворює двохатомні молекули.

3.12. Розв'язок. а) При послідовному з'єднанні сила струму через обидві ванни однакова. Згідно з законом електролізу маси міді, що виділилися на катодах, також однакові. б) При паралельному з'єднанні через ванну з більш високою концентрацією розчину йде більший струм, оскільки опір цієї ванни менший (у ній більш висока концентрація вільних носіїв заряду). Отже, більше міді виділиться в першій ванні.

3.13. Розв'язок. У сполуці CuCl валентність міді $n_1 = 1$, а у сполуці $CuCl_2$ валентність міді $n_2 = 2$. Отже, у другому випадку іони міді мають удвічі більший заряд. Оскільки при електролізі через обидві ванни пройде однаковий заряд, у ванні з CuCl для його перенесення знадобиться удвічі більша кількість іонів, так що на катоді цієї ванни виділиться удвічі більше міді.

3.14. Розв'язок. На поверхні металу завжди є дрібні нерівності. Після зміни напряму струму шар металу, що утворився, стає анодом і починає розчинятися. Виступи розчиняються швидше від інших ділянок, оскільки поверхнева густина заряду і напруженість електричного поля біля виступів більша, ніж біля гладких ділянок чи западин. У результаті поверхня металу стає більш гладкою.

3.15. $I = enCd^2/\varepsilon_0 = 8{,}1 \cdot 10^{-14}$ А, $U = IR = 8{,}1 \cdot 10^{-11}$ В.

Вказівка. З умови випливає, що I являє собою силу струму насичення. Ця сила струму чисельно дорівнює спільному заряду іонів одного знака, що народжуються щосекунди між пластинами конденсатора.

3.16. Розв'язок. Горіння дуги підтримується за рахунок термоелектронної емісії з розжареного катода. Тому охолодження катода припинить дуговий розряд; охолодження ж анода на характер розряду не вплине.

3.17. $W_k = 21{,}5$ еВ $= 3{,}4 \cdot 10^{-18}$ Дж; $v = 2700$ км/с. **Вказівка.** Оскільки маса електрона набагато менша від маси атома, можна не враховувати отриманої атомом при зіткненні кінетичної енергії. Отже, для іонізації достатньо, щоб кінетична енергія електрона збіглася з енергією іонізації $e\varphi$.

3.18. $W_k = 43$ еВ $= 6{,}9 \cdot 10^{-18}$ Дж; $v = 20$ км/с.

Розв'язок. Оскільки маси часток, що стикаються, практично однакові, слід (на відміну від задачі 3.17) урахувати кінетичну енергію,

яку мають частки після зіткнення. Найефективнішим для іонізації є непружний удар, після якого обидві частки мають однакову швидкість, що дорівнює половині початкової швидкості іона v_0. Сумарна кінетична енергія часток після непружного удару $2 \cdot \frac{m_0(v_0/2)^2}{2} = \frac{W_k}{2}$. Тут $m_0 = M/N_A$ (M — молярна маса неону). Згідно з законом збереження енергії $W_k = e\varphi + W_k/2$. Звідси $W_k = 2e\varphi = 43$ еВ $= 6{,}9 \cdot 10^{-18}$ Дж та $v = 2\sqrt{\frac{eN_A\varphi}{M}} = 2{,}0 \cdot 10^4$ м/с.

Таким чином, для іонізації одного й того самого атома іон повинен мати удвічі більшу енергію, ніж електрон.

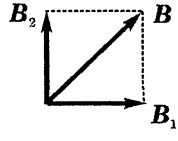
3.19. $T = 1{,}7 \cdot 10^5$ К.

3.20. Розв'язок. По-перше, електрону «легше» іонізувати при ударі молекулу газу (див. задачу 3.18). Крім того, що ще важливіше, іони через великі розміри зазнають зіткнення набагато частіше, ніж електрони. Значить, у іонів менша довжина вільного пробігу. Тому лише незначній кількості іонів «удається» розігнатися і набути в електричному полі кінетичної енергії, достатньої для іонізації атома.

3.21. Розв'язок. Кількість вільних електронів, що створюються щосекунди, після легування практично не змінюється (вона визначається температурою напівпровідника). А ось імовірність «загибелі» вільного електрона внаслідок рекомбінації при зустрічі з діркою різко зростає — адже дірок стало набагато більше. Отже, *динамічна рівновага* між процесами народження і загибелі вільних електронів досягається тепер при набагато меншій концентрації вільних електронів.

3.22. Розв'язок. При нагріванні збільшується швидкість безладного руху вільних носіїв заряду. В результаті відбувається їхня дифузія в бік холодної ділянки напівпровідника. Дифузія спричиняє поділ зарядів: біля *холодного* краю напівпровідника підвищується концентрація вільних носіїв заряду. Індій в германії являє собою акцепторну домішку, тобто основними носіями заряду є дірки. Отже, потенціал холодного краю стержня вищий (дірки мають позитивний заряд).

4.1. Розв'язок. Згідно з принципом суперпозиції $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_1 + \boldsymbol{B}_2$; напрям векторів $\boldsymbol{B}_1$ і $\boldsymbol{B}_2$ можна знайти за правилом свердлика (див. рисунок). Оскільки $B_1 = B_2$, вектор $\boldsymbol{B}$ утворює з площинами обох обручів кути по 45°.



4.2. У центрі кільця $B = 0$. **Розв'язок.** Відношення струмів, що течуть від A до B по двох з'єднаних паралельно дугах кільця, обернено

відношенню опорів дуг, а значить — й їхніх довжин: $I_1/I_2 = l_2/l_1$, звідки $I_1 l_1 = I_2 l_2$. Згідно з правилом свердлика струми I_1 та I_2 створюють у центрі кільця *протилежно* спрямовані магнітні поля. Щоб порівняти ці поля за модулем, у думці розіб'ємо кожну з дуг кільця на однакові малі ділянки. Внесок кожної ділянки у магнітне поле пропорційний силі струму в цій ділянці, кількість же ділянок у дузі пропорційна її довжині. Отже, поле кожного із струмів пропорційне добутку Il, так що магнітні поля обох струмів рівні за модулем і тому компенсують одне одного.

4.3. Розв'язок. На рис. *а* показано струми, що течуть по ребрах куба. Сила струму в шести ребрах, що сходяться у вершинах *A* і *B*, однакова; у інших шести ребрах вона удвічі менша. Усі 12 провідників можна розбити на пари, що складаються з паралельних провідників однакової довжини (1-3, 2-4, 5-11, 6-12, 7-9, 8-10). По обох проводах у кожній парі течуть однакові струми; центр куба (точка *O*) розташовано посередині між проводами пари (див. рис. *б*). У точці *O* магнітні поля струмів кожної пари компенсують одне одного, оскільки напрямлені протилежно. Отже, в точці *O* магнітна індукція поля дорівнює нулю.

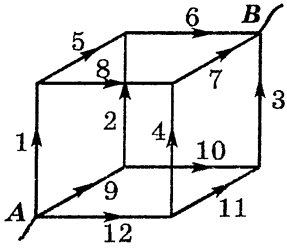


Рис. а

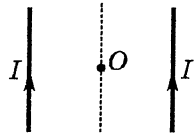


Рис. б

4.4. Розв'язок. В однорідному магнітному полі (див. рис. *а*) на паралельні сторони рамки діють рівні за модулем і протилежно напрямлені сили Ампера (на рис. *б* показано вид згори). Пара сил $\boldsymbol{F}_1$ і $\boldsymbol{F}_2$ обертають рамку так, щоб її площина стала перпендикулярною до вектора $\boldsymbol{B}$. У положенні стійкої рівноваги напрям струму в рамці пов'язаний з напрямом вектора $\boldsymbol{B}$ правилом свердлика, а сили $\boldsymbol{F}_1$ і $\boldsymbol{F}_2$ намагаються розтягнути рамку. Таким чином, однорідне магнітне поле (наприклад, поле Землі) справляє на жорстку рамку лише *орієнтуючу* дію. У неоднорідному ж полі, наприклад, у полі магніту, сили $\boldsymbol{F}_1$ і $\boldsymbol{F}_2$ мають

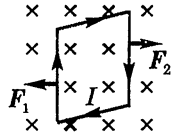


Рис. а

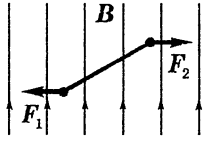


Рис. б

відмінну від нуля рівнодійну. В результаті рамка не тільки обертатиметься, але й втягуватиметься в область більш сильного поля (див. рис. *в*), тобто притягнеться до полюса магніту. Подібно до рамки зі струмом поводить себе й магнітна стрілка.

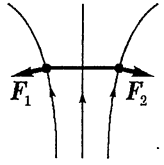


Рис. в

4.5. Розв'язок. Як тільки через пружину піде струм, сусідні витки притягнуться, внаслідок чого пружина стиснеться. Якщо струм досить великий, нижній край пружини вийде із ртуті і коло розімкнеться. Притягання витків зникне, пружина розправиться, замикаючи коло, і весь процес повториться, тобто в системі виникнуть автоколивання. Якщо ж нижній край пружини при пропусканні струму не виходить із ртуті, то коливання не виникнуть.

4.6. Струм має йти зліва праворуч. $I = mg/(Bl) = 2{,}0$ А.

4.7. $B = \mu mg/(Il) = 98$ мТл. **Вказівка.** Брусок зрушить із місця, коли сила Ампера $F_A = IBl$ перевищить максимальну силу тертя спокою.

4.8. Розв'язок. Спрямуємо вісь x вздовж прямолінійного провідника 1 (див. рис. *а*). Діюча на цей провідник сила Ампера $\boldsymbol{F}_1$ спрямована вздовж осі y і дорівнює за модулем $IB\,|A_1A_2|$, де B — значення індукції магнітного поля. Для обчислення сили Ампера $\boldsymbol{F}_2$, що діє на другий провідник, у думці розіб'ємо його на малі ділянки і розглянемо силу $\Delta\boldsymbol{F}$, що діє на одну з цих ділянок довжиною Δl (на рис. *б* напрям вектора $\Delta\boldsymbol{l}$ збігається з напрямом струму). Модуль цієї сили $\Delta F = IB\Delta l$, а її проекції на осі координат

$$\Delta F_x = -\Delta F\Delta l_y/\Delta l = -IB\Delta l_y,\ \Delta F_y = \Delta F\Delta l_x/\Delta l = IB\Delta l_x.$$

Тоді $F_x = \Sigma\Delta F_x = -IB\Sigma\Delta l_y = -IB(y_{A2} - y_{A1}) = 0$, $F_y = \Sigma\Delta F_y = IB\Sigma\Delta l_x = IB(x_{A2} - x_{A1}) = IB\,|A_1A_2|$. Таким чином, $\boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{F}_1$, що й треба було довести. Звідси, зокрема, випливає, що для *замкненого* провідника $F = 0$.

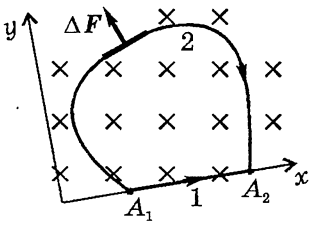


Рис. а

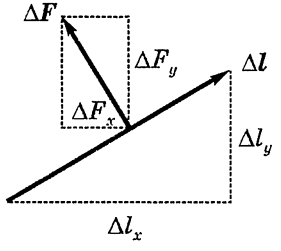
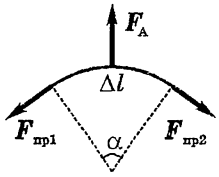


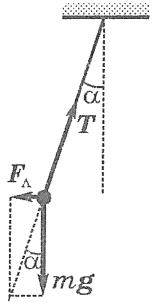
Рис. б

4.9. $\sigma = 42$ кПа. **Розв'язок.** На малий елемент кільця (див. рисунок) діє сила Ампера $F_A = IB\Delta l = IBR\alpha$ і дві рівні за модулем сили пружно-

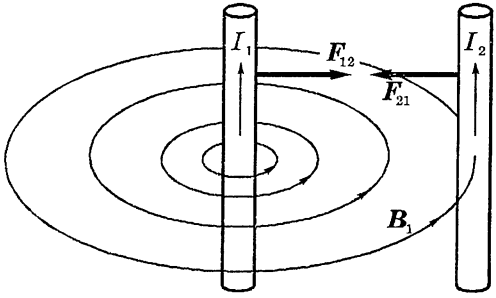
сті. З умови рівноваги випливає, що $F_{пр} = \dfrac{F_A}{2\sin\dfrac{\alpha}{2}} = IBR$ (ми скористалися малістю кута α). Тоді $\sigma = F_{пр}/S = IBR/S = 42$ кПа.



4.10. $\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{IBl}{mg} = 46°$. **Вказівка.** Див. рисунок. Зазначимо, що якщо проводи також знаходились би в області магнітного поля, діюча на них сила Ампера спричиняла би їхнє *вигинання*, причому таке, що проводи не лежали б в одній площині.



До задачі 4.10



До задачі 4.11

4.11. Розв'язок. Провідники, по яких течуть струми, електрично нейтральні, і тому взаємодія між ними — лише магнітна. Згідно з правилом свердлика магнітне поле першого провідника в області, де знаходиться другий, напрямлено від нас (див. рисунок). З правила лівої руки випливає, що з боку першого провідника на другий діє сила $\boldsymbol{F}_{21}$, напрямлена ліворуч, тобто сила притягання. Сила $\boldsymbol{F}_{12}$ розглядається аналогічно. Між електронними пучками також діє магнітне притягання, але набагато сильнішим виявляється кулонівське *відштовхування* однойменно заряджених часток. Це відштовхування спричиняє також розширення пучків.

4.12. По колу радіуса $R = mv/(eB)$. **Розв'язок.** На електрон діє сила Лоренца $F_Л = eBv$, що перпендикулярна до вектора $\boldsymbol{B}$. Оскільки початкова швидкість електрона також перпендикулярна до $\boldsymbol{B}$, його траєкторія лежить в одній площині (перпендикулярній до вектора $\boldsymbol{B}$).

Робота сили Лоренца дорівнює нулю, тому v = const; електрон рухається із сталим за модулем прискоренням ($a = F_Л/m = eBv/m$), яке перпендикулярне до швидкості. Переліченим умовам задовольняє лише одна траєкторія — коло, радіус якого можна знайти зі співвідношення $a = v^2/R$.

4.13. Розв'язок. Період обертання електрона по колу не залежить від швидкості: $T = 2\pi R/v = 2\pi m/(eB)$ (див. задачу 4.12). При релятивістських швидкостях цей висновок незастосовний.

4.14. По гвинтовій лінії радіуса $R = \dfrac{mv\sin\alpha}{eB}$ з кроком $h = \dfrac{2\pi mv\cos\alpha}{eB}$.

Розв'язок. Оскільки сила Лоренца перпендикулярна до векторів $\boldsymbol{v}$ і $\boldsymbol{B}$, при русі зарядженої частки залишаються незмінними модуль швидкості та її проекція на напрям $\boldsymbol{B}$. Отже, кут α між $\boldsymbol{v}$ і $\boldsymbol{B}$ також залишається незмінним. Складова швидкості $\boldsymbol{v}_\perp$ (див. рис. *а*) обертається у площині, перпендикулярній до $\boldsymbol{B}$, не змінюючись за модулем ($v_\perp = v\sin\alpha$). Таким чином, електрон водночас бере участь у двох рухах: рівномірному переміщенні вздовж $\boldsymbol{B}$ зі швидкістю $\boldsymbol{v}_\parallel$, що дорівнює за модулем $v\cos\alpha$, і русі по колу в перпендикулярній до $\boldsymbol{B}$ площині зі швидкістю $v_\perp$. На рис. *б* показано траєкторію руху (гвинтова лінія). Зі співвідношення $F_Л = evB\sin\alpha = mv_\perp^2/R$ знаходимо радіус гвинтової лінії $R = \dfrac{mv\sin\alpha}{eB}$. Один виток електрон здійснює за час $T = 2\pi R/v_\perp$. Отже, крок гвинтової лінії (відстань між сусідніми витками) $h = v_\parallel T = \dfrac{2\pi mv\cos\alpha}{eB}$.

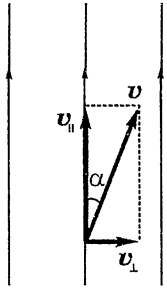


Рис. а

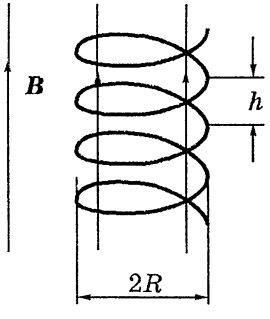


Рис. б

4.15. Розв'язок. Розкладемо швидкість електрона на складові $\boldsymbol{v}_\parallel$ і $\boldsymbol{v}_\perp$ (див. задачу 4.14). Електричне поле змінює лише першу з них, а сила Лоренца залежить лише від другої. Тому «поперечний» рух електрона не відрізняється від описаного в задачі 4.14. «Поздовжній» же рух відбуватиметься зі сталим прискоренням $a = eE/m$. Отже, від-

стані між сусідніми витками «гвинтової лінії» не будуть однакові: вони складуть арифметичну прогресію, різниця якої $d = aT^2$, де $T = 2\pi m/(eB)$ (див. задачу 4.13). Якщо відстані між сусідніми витками траєкторії при цьому зменшуються, $v_{\parallel}$ у деякий момент обернеться на нуль і потім змінить знак: електрон ніби відіб'ється від деякої площини, перпендикулярної до $\boldsymbol{E}$ і $\boldsymbol{B}$.

4.16. Розв'язок. Сила Лоренца $\boldsymbol{F}_Л$ і кулонівська сила $\boldsymbol{F}_К$ напрямлені у протилежні боки. Якщо ці сили не врівноважують одна одну, частка відхилиться вгору або униз і не потрапить у вихідний отвір. Таким чином, умова проходження частки через прилад має вигляд $\boldsymbol{F}_К = -\boldsymbol{F}_Л$, звідки $qBv = qE$. Отже, $v = E/B$. Зауважимо, що ця умова однакова для *усіх* заряджених часток, незалежно від їхніх зарядів та мас.

4.17. Розв'язок. На рис. *а* показано напрями вектора магнітної індукції $\boldsymbol{B}$ поля магніту поблизу різних ділянок проводу. Згідно з правилом лівої руки сила Ампера на ділянці 1 напрямлена від нас (перпендикулярно до площини рисунка); на ділянці 2 — до нас; на ділянці 3 сила Ампера відсутня. Тому провід обмотується навкруги магніту (див. рис. *б*) та притягується до нього (див. рис. *в*).

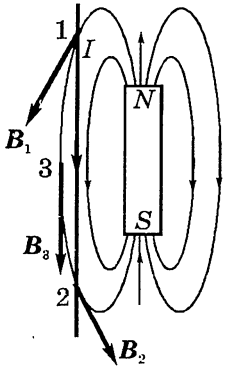


Рис. а

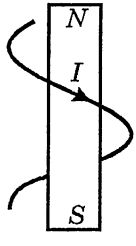


Рис. б

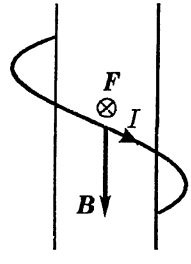


Рис. в

4.18. Провідники розташуються так, щоб струми були напрямлені в один бік, і притягуватимуться один до одного.

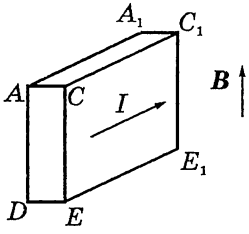
Вказівка. Див. задачу 4.17.

4.19. Рідина почне обертатися за стрілкою годинника.

Розв'язок. У розчині потече струм від центрального електрода до мідного кільця. На позитивні й негативні іони, що рухатимуться *назустріч одні одним*, магнітне поле діятиме з силами, напрямленими в *один* бік.

4.20. $m = 2\pi RBI\sin\alpha/g = 3{,}2$ г.

4.21. $U_{AC} = IB/(enb)$. **Розв'язок.** При упорядкованому русі електронів на них діє сила Лоренца, що спричиняє відхилення електронів у бік поверхні CC_1E_1E. У результаті на цій поверхні накопичується негативний заряд, а на протилежній — позитивний. Це спричиняє появу електричного поля, напрямленого від A до C. Процес поділу зарядів триває доти, доки сила, діюча на електрон з боку електричного поля, яке виникло, не скомпенсує дію сили Лоренца: $eE = evB$ (тут v — швидкість упорядкованого руху електронів). Оскільки



$$U_{AC} = \varphi_A - \varphi_C = Ea \text{ та } I = envS = envab,$$

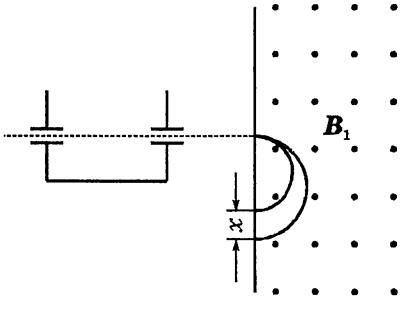
дістаємо $U_{AC} = IB/(enb)$.

4.22. $E = m\omega^2 r/e$; $U = 0{,}11$ мкВ; $B = 5{,}7 \cdot 10^{-9}$ Тл.

Розв'язок. При обертанні циліндра вільні електрони відкидаються до його поверхні. За рахунок цього всередині циліндра виникає об'ємний позитивний заряд, що створює в металі електричне поле. З боку цього поля на електрони діє сила, напрямлена до осі циліндра. Поділ зарядів припиняється, коли ця сила надає вільним електронам прискорення $a = \omega^2 r$, тобто при $E = m\omega^2 r/e$. Значення E лінійно зростає від нуля до E_{max}, тому $U = E_{max}R/2 = m\omega^2R^2/(2e) = 1{,}1 \cdot 10^{-7}$ В. Необхідне значення індукції магнітного поля можна знайти з рівняння $eBv = mv^2/r$. Скориставшись співвідношенням $v = \omega r$, дістаємо $B = m\omega/e = 5{,}7 \cdot 10^{-9}$ Тл. Напрям $\boldsymbol{B}$ має бути узгоджений із напрямом обертання так, щоб сила Лоренца, діюча на електрони, була напрямлена до осі обертання.

$x = 3{,}5$ мм. **Розв'язок.** Швидкість усіх іонів $v = E/B$ (див. задачу 4.16). Радіус описуваного в магнітному полі кола $R = \dfrac{m_0 v}{eB_1} = \dfrac{ME}{eN_A BB_1}$, де M — молярна маса відповідного ізотопа. Відстань між іонами

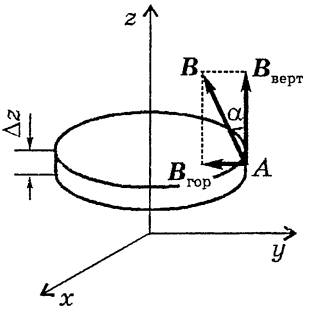
$$x = 2(R_2 - R_1) = \frac{2E(M_2 - M_1)}{eN_A BB_1} = 3{,}5 \text{ мм}$$



(див. рисунок). У задачі описано принцип дії мас-спектрометра — приладу для визначення мас іонів.

4.24. $\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{R}{2(h_0 + h)}$. **Розв'язок.** Скористаємось важливою властивістю магнітного поля: це поле вихрове, тобто всі лінії магнітної ін-

дукції замкнені і тому магнітний потік Ф через будь-яку замкнену поверхню дорівнює нулю. Розглянемо замкнену поверхню, що проходить через точку A і має форму циліндра (див. рисунок). Позначимо $\boldsymbol{B}_{\text{гор}}$ горизонтальну складову вектора $\boldsymbol{B}$. Тоді



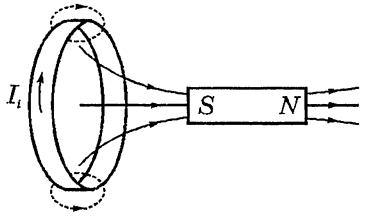
$$\Phi = \pi R^2 B_z(z + \Delta z) - \pi R^2 B_z(z) - 2\pi R \Delta z B_{\text{гор}}.$$

Звернемо увагу: тут у дужках стоять не множники, а значення аргументу функції $B_z(z)$. Оскільки $\Phi = 0$, дістаємо $B_{\text{гор}} = \dfrac{R}{2\Delta z}\big(B_z(z + \Delta z) - B_z(z)\big) = \dfrac{RB_0}{2h_0}$. Отже,

$$\operatorname{tg}\alpha = \left.\frac{B_{\text{гор}}}{B_z}\right|_{z=h} = \frac{R}{2(h_0 + h)}.$$

5.1. Розв'язок. В обох випадках вихрове електричне поле, що виникає при русі магніту, спричиняє в кільці індукційний струм. Після зникнення вихрового поля індукційний струм у провідному кільці загасає, а у надпровідному тектиме необмежено довго (якщо зовнішнє магнітне поле не змінюватиметься).

5.2. Розв'язок. Лінії магнітної індукції поля магніту входять у його південний полюс (див. суцільні лінії на рисунку). Згідно з правилом Ленца магнітне поле індукційного струму I_i в кільці перешкоджає збільшенню магнітного потоку через кільце, тобто напрямлене протилежно магнітному полю магніту (на рисунку лінії індукції цього магнітного поля показано пунктирними стрілками). За допомогою правила свердлика знаходимо тепер напрям індукційного струму: він йде за годинниковою стрілкою, якщо дивитися на кільце з боку магніту. Взаємодія індукційного струму і магніту спричиняє відштовхування між кільцем і магнітом, що наближається до нього.



5.3. Найменша (що дорівнює нулю) — коли рамка знаходиться у площині, яка проходить через вісь обертання і провід; найбільша — коли площина рамки перпендикулярна до зазначеної площини.

Розв'язок. ЕРС індукції пропорційна швидкості *зміни* магнітного потоку через рамку. Ця швидкість дорівнює нулю, коли рамка і провід лежать в одній площині: при цьому бічні сторони рамки не перетинають ліній магнітної індукції, а «ковзають» вздовж них.

5.4. Не виникає. **Розв'язок.** Лінії магнітної індукції поля струму, що тече в одному з обручів, не перетинають площину другого обруча.

5.5. **Розв'язок.** У трубі при русі магніту виникають вихрові струми. Згідно з правилом Ленца магнітне поле цих струмів перешкоджає падінню магніту. Гальмуюча сила зростає із збільшенням швидкості падіння (в цьому розумінні рух магніту нагадує падіння тіла в рідині або газі). Прискорення магніту поступово зменшується, і врешті-решт (якщо труба досить довга) рух магніту стане практично рівномірним.

5.6. Коливання швидко загаснуть. **Вказівка.** Після замикання ключа в колі виникає індукційний струм. Дія на нього сили Ампера є аналогічною дії сили опору середовища (див. задачу 5.5).

5.7. **Розв'язок.** Необхідною умовою рівноваги є обернення на нуль моменту діючих на рамку сил. Це можливо при двох положеннях рамки: коли площина рамки паралельна магнітному полю (положення 1) і перпендикулярна до нього (положення 2). Розгляд індукційного струму у проміжному положенні рамки показує, що при зростанні магнітного поля рамка рухається до положення 1, а при спаданні — до положення 2. Отже, стійка рівновага при зростанні поля досягається в положенні 1, а при спаданні — в положенні 2.

5.8. $\Phi = \pi r^2 B$. **Розв'язок.** Доведемо, що магнітний потік, який пронизує надпровідний контур, не може змінитися. Дійсно, згідно з законом Ома ЕРС індукції $\mathscr{E}_i = IR$, звідки при $R = 0$ дістаємо $\mathscr{E}_i = 0$. З іншого боку, $\mathscr{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, і з умови $\mathscr{E}_i = 0$ випливає $\Delta\Phi = 0$, тобто $\Phi = \text{const}$. До вимикання зовнішнього магнітного поля площину кільця пронизував магнітний потік $\Phi_0 = \pi r^2 B$. Отже, такий самий потік пронизуватиме площину кільця і після вимикання електромагніту. Проте тепер цей потік створюється не зовнішнім полем, а полем індукованого в кільці незагасаючого струму.

5.9. В обох випадках $\Phi = \pi r^2 B$. У другому випадку сила струму удвічі більша. **Вказівка.** Див. задачу 5.8. Слід урахувати, що після повороту на 180° поле «всередині» кільця буде напрямлене протилежно зовнішньому полю.

5.10. $I = \pi N B r^2 / L$. **Вказівка.** Скористайтеся умовою $\Phi = \text{const}$ (див. задачу 5.8) та співвідношенням $\Phi = LI$ для магнітного потоку, що створюється струмом у котушці.

5.11. $B = 4B_0$. **Розв'язок.** Площа контуру зменшилася в 4 рази; оскільки $\Phi = \text{const}$, індукція магнітного поля у стільки ж разів збільшилася.

5.12. Збільшиться удвічі. **Вказівка.** Див. задачу 5.11.

5.13. Розв'язок. Після складання «вісімки» струм мав би йти по кільцях у протилежних напрямках, тому сумарне магнітне поле повинно було б обернутися на нуль. Це несумісно з умовою $\Phi = \text{const}$ (див. задачу 5.8). Розв'язання протиріччя полягає в тому, що при складанні «вісімки» сила струму зростає і кільця «вісімки» будуть відштовхуватися зі зростаючою силою. Якщо все ж долати цю силу, то на якомусь етапі процесу (при досягненні так званого критичного струму) надпровідність зникне. Після цього струм у контурі загасне, і магнітне поле обернеться на нуль.

5.14. $q = \pi n C r^2 \dfrac{\Delta B}{\Delta t} =$ 0,57 мкКл.

5.15. $P = \dfrac{\pi^2 n^2 r^4}{R}\left(\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2 = 5{,}0 \cdot 10^{-5}$ Вт.

5.16. Заряд однаковий, кількість теплоти більша при швидкому всуванні магніту. **Розв'язок.** Позначимо опір котушки R. Тоді індукційний струм $I = -\dfrac{1}{R}\cdot\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. За час Δt по колу проходить заряд $\Delta q = I\Delta t = -\Delta\Phi/R$. Весь заряд, що пройшов по колу, $q = -\Phi/R$, де Φ — кінцеве значення магнітного потоку (початкове дорівнює нулю). Отже, величина q не залежить від швидкості процесу. Кількість теплоти Q, що виділилася в колі, дорівнює роботі сторонніх сил: $Q = q\mathscr{E}_i$. Оскільки $\mathscr{E}_i$ пропорційна *швидкості* зміни магнітного потоку, при швидкому всуванні магніту Q більше.

5.17. $q = \pi n B r^2(1 - \cos\alpha)/R$.

5.18. $q = \dfrac{B_z l^2}{4\pi R} =$ 32 мкКл. **Вказівка.** Див. задачу 5.16.

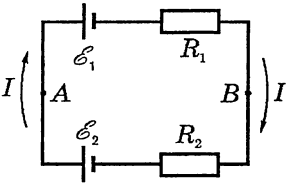
5.19. $I = \dfrac{\omega B l^2}{4R}$. **Розв'язок.** ЕРС індукції можна знайти, застосувавши закон електромагнітної індукції до *будь-якого* з двох секторів, що на них стрілки ділять круг: $\mathscr{E}_i = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -B\dfrac{\Delta(\alpha l^2/2)}{\Delta t} = -\dfrac{B\omega l^2}{2}$. Тут α — кут між стрілками, $\omega = \Delta\alpha/\Delta t$. Згідно з законом Ома $I = \dfrac{|\mathscr{E}_i|}{2R} = \dfrac{\omega B l^2}{4R}$.

5.20. Розв'язок. При русі стержня в ньому індукується ЕРС $\mathscr{E}_i = Bvl$ і виникає індукційний струм $I = \mathscr{E}_i/R$. На стержень діє сила Ампера $F_A = BIl = B^2l^2v/R$, напрямлена протилежно швидкості (ця сила нагадує силу опору середовища). Тому характер руху стержня не відрізняється від розглянутого в задачі 5.15. Усталену швидкість руху $v = \dfrac{FR}{B^2l^2}$ можна знайти з умови $F_A = F$.

5.21. Стержень буде рухатися рівноприскорено, поки не досягнуто швидкості $v_1 = \mathscr{E}_0/(Bl)$. На цьому етапі струм у колі відсутній. Потім прискорення почне зменшуватись і стане дорівнювати нулю при $v_2 = v_1 + FR/(B^2l^2)$. Після цього стержень рухатиметься рівномірно. **Вказівка.** При $v < v_1$ індукційний струм у колі відсутній, тому що діод увімкнений проти сумарної ЕРС в колі. Див. також задачу 5.20.

5.22. Розв'язок. У кільці індукується *стала* ЕРС, що дорівнює πr^2aB_0 і спричиняє *постійний* струм $i = \pi r^2aB_0/R$. Густина заряду всюди в кільці дорівнює нулю (це випливає з міркувань симетрії), тому кулонівське поле відсутнє і різниця потенціалів між будь-якими точками кільця дорівнює нулю (вихрове електричне поле, що підтримує струм у кільці, непотенціальне).

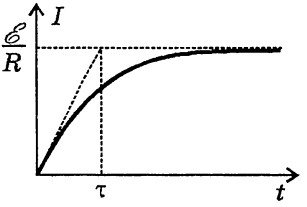
5.23. $U \geqslant 38$ В. **Розв'язок.** Позначимо опори верхнього та нижнього кілець «вісімки» відповідно R_1 і R_2, а індуковані в них ЕРС $\mathscr{E}_1$ і $\mathscr{E}_2$. Ці ЕРС діють у колі назустріч одна одній. Пробій можливий між точками A і B на перемичці «вісімки» (див. еквівалентну схему кола на рисунку). Згідно з законом Ома



$$I = \frac{\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1}{R_1 + R_2},\ U_{AB} = \mathscr{E}_2 - IR_2 = \frac{\mathscr{E}_2R_1 + \mathscr{E}_1R_2}{R_1 + R_2}.$$

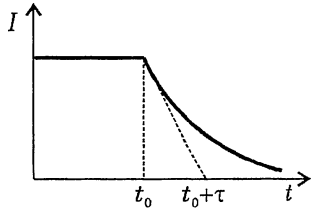
Застосовуючи закон електромагнітної індукції і враховуючи, що $R_2/R_1 = r_2/r_1$, дістаємо $U_{AB} = \pi Br_1r_2/\Delta t = 38$ В.

5.24. Розв'язок. Згідно з законом Ома для всього кола $IR = \mathscr{E} - L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$. Звідси для швидкості зміни сили струму дістаємо $\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = \dfrac{\mathscr{E}}{L} - I\dfrac{R}{L}$. Одразу після увімкнення $I = 0$, тому струм почне зростати зі швидкістю $\dfrac{\Delta I}{\Delta t} \approx \dfrac{\mathscr{E}}{L}$. При збільшенні струму швидкість його зрос-



тання зменшується і прямує до нуля при $I \to \mathscr{E}/R$ (див. рисунок). Час τ можна оцінити, поділивши кінцеве значення струму $\mathscr{E}/R$ на початкову швидкість його зростання $\mathscr{E}/L$, що дає $\tau \sim L/R$. Зазначимо, що τ не залежить від $\mathscr{E}$.

5.25. Див. рисунок; $\tau \sim L/R$.



Розв'язок. Графік залежності $I(t)$ показано на рисунку (пор. з задачею 5.24). Оцінити час τ можна, наприклад, методом розмірностей (пор. із задачею 2.83): τ може залежати від L, R і, можливо, від сили струму I_0 у момент t_0. Одиниці виміру цих величин: 1 Гн = 1 Ом · с, 1 Ом і 1 А. Величину, що має розмірність часу, можна здобути лише одним способом — поділивши L на R. Отже, $\tau \sim L/R$. Як бачимо, τ не залежить від I_0. Можна дістати цей результат й інакше: за час τ має виділитися кількість теплоти $Q \sim I_0^2 R\tau$, порівнювана з початковою енергією магнітного поля струму $W = LI_0^2/2$. Звідси також дістаємо $\tau \sim L/R$.

5.26. L пропорційна N^2. **Розв'язок.** Згідно з означенням індуктивності, $L = \dfrac{\Phi}{I} = \dfrac{BS}{I}$. Тут S — сумарна площа всіх витків, пропорційна їхньому числу N. З принципу суперпозиції випливає, що модуль магнітної індукції B також прямо пропорційний N (у замкненому осерді магнітний потік практично не розсіюється). Отже, індуктивність L пропорційна *квадрату* кількості витків.

5.27. $I = I_0/2$; енергія поля зменшиться удвічі. **Розв'язок.** Після зближення кілець їхні поля дають однаковий внесок у загальний магнітний потік. Оскільки магнітний потік через кожне з кілець залишається незмінним (див. задачу 5.8), $LI_0 = 2LI$, де L — індуктивність кільця. Звідси $I = I_0/2$. Кільця, що зблизилися, по яких течуть струми $I_0/2$, створюють таке ж саме магнітне поле, як одне кільце із струмом I_0. Отже, енергія магнітного поля складає тепер половину початкової енергії поля. Друга половина початкової енергії перейшла в кінетичну енергію кілець і в енергію електромагнітного випромінювання, що виникає при прискореному русі кілець.

5.28. **Розв'язок.** Насамперед зазначимо, що кільця тепер не можуть зблизитися щільно — адже тоді магнітні потоки через них мали б зрівнятися, що суперечить умові $\Phi = \text{const}$. Отже, на якомусь етапі притягання кілець має змінитися відштовхуванням, а для цього необхідно, щоб напрям струму в *одному* з кілець змінився на протилежний. Розглянемо, як це відбувається. Нехай спочатку струм більший у першому кільці. При зближенні кілець струми зменшуються, і в деякий момент t_1 сила струму в другому кільці обернеть-

ся у нуль. Проте ще *до* цього, в деякий момент t_0, магнітний потік через перше кільце, створюваний струмом I_2, почне зменшуватися (адже в момент t_1 він уже дорівнює нулю). Тому, починаючи з моменту t_0, струм I_1 *зростатиме* і до моменту t_1 досягне початкового значення I_{01} (це також випливає з умови $\Phi = \text{const}$). У момент t_1 сила взаємодії між кільцями дорівнює нулю, вони продовжують зближуватися за інерцією. Саме починаючи з цього моменту струм у другому кільці змінить напрям на протилежний, і кільця, продовжуючи зближуватися, *відштовхуватимуться*. Після зближення на деяку мінімальну відстань кільця починають віддалятися одне від одного, потім знов зближуються тощо. Виникають загасаючі коливання (затухання зумовлено тертям і електромагнітним випромінюванням). Коливання загаснуть, коли струм у другому кільці обернеться на нуль.

5.29. $E = kr/2$ при $r \leqslant R$; $E = kR^2/(2r)$ при $r > R$.

Вказівка. Силові лінії вихрового електричного поля — кола. ЕРС індукції в такому контурі чисельно дорівнює роботі вихрового поля при переміщенні по контуру одиничного позитивного заряду: $\mathscr{E}_i = 2\pi rE$.

5.30. Розв'язок. Різниця потенціалів між будь-якими двома точками кільця дорівнює нулю (див. задачу 5.22). Проте це не означає, що вольтметр покаже нуль: хоч би мізерна частина струму, що тече по кільцю, відгалузиться і піде через вольтметр, спричиняючи відхилення його стрілки від нульової поділки (напрями струмів показано на рис. *а*).

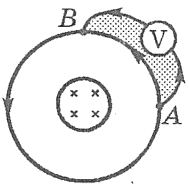


Рис. а

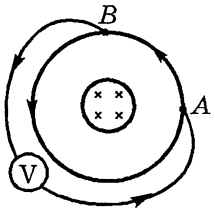


Рис. б

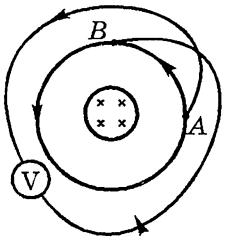


Рис. в

Через великий опір вольтметра його підключення практично не змінює сили струму в кільці і не спричиняє виникнення кулонівського поля (пор. з задачею 5.31). Оскільки ЕРС індукції рівномірно розподілена вздовж кільця, на ділянці AB, що являє собою чверть кільця, $\mathscr{E}_{AB} = \dfrac{\pi r^2}{4} \cdot \dfrac{\Delta B}{\Delta t} = \dfrac{\pi k r^2}{4}$. Оскільки магнітний потік через виділений на рис. *а* контур дорівнює нулю*), *повна* ЕРС у цьо-

*) Мається на увазі *зовнішнє* магнітне поле. Магнітне поле індукційного струму в даному випадку є сталим, отже явище самоіндукції не відбувається.

му контурі теж дорівнює нулю, тобто $|\mathscr{E}_{AVB}| = |\mathscr{E}_{AB}|$. Вольтметр показує $U_V = I_V R_V = \mathscr{E}_{AB} = \pi k r^2/4$. Проте ця відповідь не є вичерпною: у розглядуваній ситуації показання вольтметра залежить не тільки від точок його увімкнення, але й від розташування підключених до нього проводів. Так, у показаній на рис. *б* ситуації вольтметр покаже $U_V = 3\pi k r^2/4$. А оскільки проводи, підключені до вольтметра, можуть утворювати один або декілька витків навколо осердя (див. рис. *в*), остаточна відповідь має вигляд $U_V = \frac{2N+1}{4}\pi k r^2$, де $N = 0, 1, 2, \ldots$

5.31. У міді 0,29 В/м, в латуні 1,2 В/м.

Розв'язок. Оскільки густина струму j однакова в усіх перерізах кільця, зі співвідношення $j = E_м/\rho_м = E_л/\rho_л$ (див. задачу 2.2) випливає, що напруженості $E_м$ і $E_л$ електричного поля в міді і латуні різні. Співвідношення $\mathscr{E}_i = \pi r (E_м + E_л)$ пов'язує ці напруженості з ЕРС індукції $\mathscr{E}_i = \pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t}$ (див. задачу 5.29). Звідси

$$E_м = \frac{r\rho_м}{\rho_м + \rho_л} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} = 0{,}29 \text{ В/м},$$

$$E_л = \frac{r\rho_л}{\rho_м + \rho_л} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} = 1{,}2 \text{ В/м}.$$

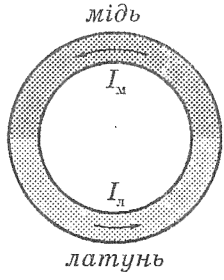


Рис. а

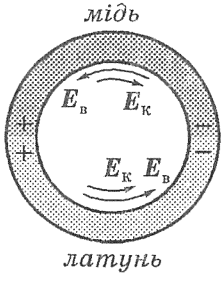


Рис. б

Чому ж величини $E_м$ і $E_л$ виявилися різними, хоч вихрове поле $E_в$ однакове в усіх точках кільця? Справа в тому, що на початку процесу вихрове поле, що виникло, спричиняє *різні* струми в міді і латуні (див. рис. *а*): через менший опір міді сила струму в мідній частині кільця в перші моменти більша. Це спричиняє розділ зарядів і, отже, виникнення кулонівського поля $E_к$ (див. рис. *б*). У результаті електричне поле в латуні стає рівним $E_в + E_к$, а в міді — стає рівним $E_в - E_к$. Описаний процес розділу зарядів протікає майже миттєво, і після цього сили струму в міді і латуні стають однаковими.

5.32. Розв'язок. Відповідь на поставлене питання залежить від розташування провідника, підключеного до точок A і B. Розглянемо два приклади. 1. Якщо провідник *всюди* перпендикулярний до ліній вихрового електричного поля (див. рис. *а*), струм у ньому не виникає; як і раніше, $\varphi_A = \varphi_B$. 2. Якщо провідник практично збігається з чвертю кільця AB

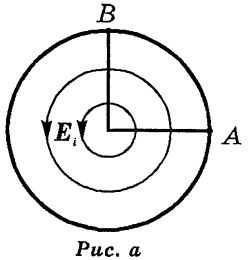


Рис. а

(див. рис. *б*), через нього теж піде струм, і в результаті між точками A і B виникне різниця потенціалів (пор. із задачею 5.31; додатковий провідник зменшує опір чверті кільця). Потенціал точки B стане вищий, ніж потенціал точки A.

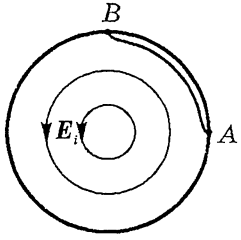


Рис. б

5.33. $U = \dfrac{\pi r^2(\rho_л - \rho_м)}{2(\rho_л + \rho_м)} \cdot \dfrac{\Delta B}{\Delta t} = 43$ мВ.

5.34. Див. рис. *а*. $I_1 = I_3 = \dfrac{4\pi r^2}{3R} \cdot \dfrac{\Delta B}{\Delta t}$, $I_2 = 0$, $U = \dfrac{\pi r^2}{4} \cdot \dfrac{\Delta B}{\Delta t}$.

Розв'язок. ЕРС індукції на ділянках кільця $\mathscr{E}_1 = \dfrac{3\pi r^2}{4} \cdot \dfrac{\Delta B}{\Delta t}$, $\mathscr{E}_2 = \dfrac{\pi r^2}{4} \cdot \dfrac{\Delta B}{\Delta t}$ (див. рис. *а*). Оскільки магнітний потік через виділений на рис. *а* контур дорівнює нулю, $\mathscr{E}_3 = \mathscr{E}_2$. На еквівалентній схемі кола (див. рис. *б*) $R_1 = 3R/4$, $R_2 = R/4$. Застосовуючи закон Ома до виділеного на рис. *а* контуру, знаходимо $I_2 = 0$ (ця чверть кільця закорочена надпровідником). Тоді

$$I_1 = I_3 = \frac{\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_3}{R_1} = \frac{4\pi r^2}{3R} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}, \; U = \mathscr{E}_3 = \frac{\pi r^2}{4} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

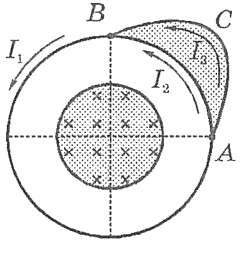


Рис. а

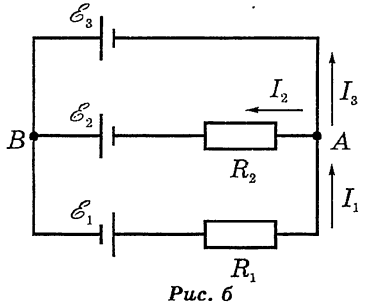


Рис. б

5.35. Розв'язок. Поки поїзд продовжує рухатися, в обмотках електродвигунів індукується ЕРС, тобто двигуни «перетворюються» на генератори. Підключення до цих генераторів реостатів спричиняє перехід кінетичної енергії поїзду в електроенергію, а потім у внутрішню енергію реостатів. Оскільки згідно з правилом Ленца при роботі генератора виникає гальмівний обертальний момент, це допомагає гальмуванню поїзду. Використовується й більш економний режим гальмування, при якому вироблювана електроенергія не витрачається на нагрівання реостатів, а повертається у мережу.

5.36. $P = 0{,}16$ Вт. **Розв'язок.** Обертовий диск можна розглядати як джерело струму з мізерно малим опором. Знайдемо його ЕРС, тобто напругу U при розімкненому колі. Всередині диска встановиться така напруженість E електричного поля, що для вільного електрона в будь-якій точці виконується співвідношення $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}_Л + \boldsymbol{F}_К$ (тут $\boldsymbol{a}$ — доцентрове прискорення даної точки диска, $\boldsymbol{F}_Л$ і $\boldsymbol{F}_К$ — сили Лоренца і Кулона). Нехай x — відстань від даної точки до осі обертання. Відношення $\dfrac{ma}{F_Л} = \dfrac{m\omega^2 x}{eB\cdot\omega x} = \dfrac{m\omega}{eB} \approx 6\cdot 10^{-9}$ набагато менше за одиницю, тобто відцентрові ефекти несуттєві і величиною ma можна знехтувати. Тоді $F_Л = F_К$, звідси $E = B\omega x$ і $U = B\omega r^2/2$ (див. задачу 4.22). Потужність, що виділяється на резисторі, $P = U^2/R = B^2\omega^2 r^4/(4R) = 0{,}16$ Вт.

5.37. $U = \dfrac{B\omega l^2}{2} + \dfrac{mgR}{Bl}\sin\omega t$, якщо відлічувати час t від моменту проходження стержнем нижнього положення. **Розв'язок.** Моменти сили ваги і сили Ампера повинні врівноважувати один одного: $mg\dfrac{l\sin\alpha}{2} = BIl\cdot\dfrac{l}{2}$ (точкою прикладання обох сил є середина стержня). Тут $\alpha = \omega t$ — кут відхилення стержня від вертикалі. Згідно з законом Ома $IR = U - \mathscr{E}_i$, де ЕРС індукції $\mathscr{E}_i = B\omega l^2/2$ (див. задачу 5.19). Звідси $U = \dfrac{B\omega l^2}{2} + \dfrac{mgR}{Bl}\sin\omega t$.

5.38. Потужність двигуна має зменшитися. **Вказівка.** При збільшенні опору навантаження споживана ним потужність зменшується.

5.39. Розв'язок. Нагрівання обмотки двигуна залежить лише від сили струму. При обертанні двигуна в його обмотці наводиться ЕРС індукції, що спричиняє згідно з правилом Ленца *зменшення* сили струму. Оскільки двигун під навантаженням обертається повільніше, ЕРС індукції в ньому менша, і тому сила струму більша. Значить, під навантаженням двигун нагрівається сильніше.

5.40. $N_{max} = 300$ Вт, $I_0 = 5$ А. **Розв'язок.** Споживана від мережі постійного струму потужність дорівнює UI, а теплова потужність, що виділяється в обмотці, дорівнює I^2R (ці величини не дорівнюють одна одній, оскільки $U \neq IR$ через виникнення ЕРС індукції в обмотці двигуна). Згідно з законом збереження енергії потужність $N = UI - I^2R = IR(U/R - I)$. Вона залежить від швидкості обертання двигуна: при уповільненні обертання сила струму збільшується, оскільки ЕРС індукції зменшується (див. задачу 5.39). Аналіз формули для потужності N як функції сили струму I показує: максимальну потужність $N_{max} = U^2/(4R) = 300$ Вт двигун розвиває при $I = I_0 = U/(2R) = 5$ А.

5.41. $v = mgR\left(\frac{4h_0}{\pi d^2 B_0}\right)^2$. **Розв'язок.** При *усталеній* швидкості падіння потенціальна енергія кільця переходить *лише* у внутрішню (кільце нагрівається індукційним струмом). Отже, $mgv\Delta t = I^2R\Delta t$, де I — сила струму, індукованого в кільці: $I = \frac{\mathscr{E}_i}{R} = \frac{\pi d^2}{4R}\cdot\frac{\Delta B_z}{\Delta t} = \frac{\pi d^2}{4R}\cdot\frac{\Delta B_z}{\Delta z}\cdot\frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\pi d^2 v B_0}{4Rh_0}$. Звідси $v = mgR\left(\frac{4h_0}{\pi d^2 B_0}\right)^2$.

6.1. а) T = 1,26 мкс, ν = 800 кГц; б) T = 2,5 мкс, ν = 400 кГц.

Вказівка. Згідно з формулою Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC_0}$, де C_0 — ємність батареї конденсаторів, що дорівнює $C/2$ у випадку *а* і $2C$ у випадку *б*.

6.2. а) 5,0 А; б) 10 А. **Вказівка.** Максимальна сила струму досягається в момент, коли конденсатори повністю розряджені. За відсутності втрат енергії $\frac{C_0U_м^2}{2} = \frac{LI_м^2}{2}$.

6.3. а) 7,0 А; б) 8,7 А. **Розв'язок.** У початковий момент напруга на конденсаторах максимальна, а сила струму i дорівнює нулю. Отже, $u = U_м\cos\omega t = U_м\cos\frac{2\pi t}{T}$, $i = I_м\sin\omega t = I_м\sin\frac{2\pi t}{T}$ ($\omega = 2\pi/T$ — циклічна частота коливань). Величини $I_м$, T визначено у розв'язках задач 6.1 і 6.2.

а) $i_1 = I_м\sin\frac{2\pi t_1}{T}$ = 7,0 А.

б) З закону збереження енергії $\frac{C_0U_м^2}{2} = \frac{C_0u^2}{2} + \frac{Li^2}{2}$ дістаємо $i = \sqrt{\frac{C_0}{L}\left(U_м^2 - u^2\right)}$ = 8,7 А.

6.4. Розсувати пластини, зменшувати площу їхнього перекриття.

Вказівка. Довжина хвилі, на яку настроєно приймач, $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$, а ємність конденсатора $C = \varepsilon_0\varepsilon S/d$.

6.5. Індуктивності котушок $L_k = \frac{1}{C_1}\left(\frac{\lambda_{min}}{2\pi c}\right)^2\left(\frac{C_2}{C_1}\right)^{k-1}$, де k = 1, 2, ..., N; $\lambda_{max} = \lambda_{min}\left(\frac{C_2}{C_1}\right)^{\frac{N}{2}}$. **Розв'язок.** Із співвідношення $\lambda_{min} = 2\pi c\sqrt{L_1C_1}$ знаходимо індуктивність першої котушки: $L_1 = \frac{\lambda_{min}^2}{4\pi^2c^2C_1}$. Щоб у ді-

апазоні не було «просвітів», індуктивності котушок мають задовольняти умову $2\pi c\sqrt{L_k C_2} = 2\pi c\sqrt{L_{k+1}C_1}$, звідки $L_{k+1} = L_k\, C_2/C_1$, тобто послідовність L_k складає геометричну прогресію. Отже, найбільша з індуктивностей котушок $L_N = L_1(C_2/C_1)^{N-1}$, так що $\lambda_{\max} = 2\pi c\sqrt{L_N C_2} = \lambda_{\min}(C_2/C_1)^{N/2}$.

6.6. 4 котушки. **Вказівка.** Див. задачу 6.5. Оскільки $\lambda_2 < \lambda_1(C_2/C_1)^2$, можна підібрати котушки так, щоб відповідні їм ділянки діапазону перекривалися.

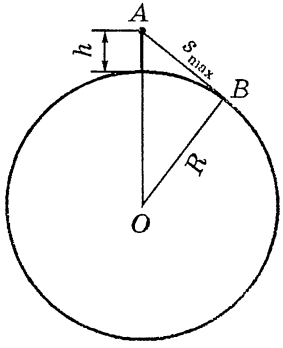
6.7. 2000 коливань. **Вказівка.** Період звукових коливань $T_{зв} = 1/\nu$, електромагнітних $T_{ел} = \lambda/c$.

6.8. Збільшити в 9 разів.

6.9. **Розв'язок.** Феритове осердя, набагато посилюючи магнітне поле, збільшує індуктивність котушки. Згідно з формулою Томсона період власних коливань при цьому зростає, а частота — зменшується. У мідному осерді при змінах магнітного поля виникають вихрові індукційні струми (струми Фуко). Згідно з правилом Ленца магнітне поле цих струмів зменшує магнітне поле котушки, а значить — й її індуктивність. Отже, частота вільних коливань зростає. Зазначимо також, що великі втрати енергії в мідному осерді спричиняють швидке затухання коливань.

6.10. $\Delta\varphi = \pi/5$ рад. **Розв'язок.** Проходження змінного струму лінією електропередачі являє собою хвильовий процес. Повітряну лінію хвиля проходить за час $t = l/c$; за цей час фаза коливань напруги на початку лінії змінюється на $\Delta\varphi = \omega t = 2\pi\nu l/c = \pi/5$ рад.

6.11. $s_{\max} = 18$ км, $n \leqslant 8300$ с$^{-1}$.



Розв'язок. Радіолокатори працюють в УКХ-діапазоні, тому їхнє випромінювання поширюється практично прямолінійно, у межах прямої видимості. На рисунку точка A — радіолокатор, $AB = s_{\max}$,

$OB = R$ — радіус Землі. Застосовуючи до прямокутного трикутника ABO теорему Піфагора, знаходимо $s_{max} = \sqrt{h(2R+h)} \approx \sqrt{2Rh} = 18$ км. Відбитий радіоімпульс має повернутися до того, як почнеться випромінювання наступного імпульсу, тобто $\frac{2s_{max}}{c} \leqslant \frac{1}{n}$. Звідси

$$n \leqslant \frac{c}{2s_{max}} = 8300 \text{ с}^{-1}.$$

6.12. 9000; $s_{min} = c\tau/2 = 225$ м. **Вказівка.** Радіолокатор здатний приймати відбитий сигнал лише після закінчення випромінювання відповідного імпульсу.

6.13. Розв'язок. Густина потоку енергії I пропорційна P/R^2, де P — випромінювана потужність, а R — відстань від передавача. Оскільки величина I, що забезпечує прийом, залежить тільки від чутливості приймача, необхідна для даного приймача потужність передавача пропорційна R^2. При *радіолокації* ціль, відбиваючи радіосигнал, що прийшов до неї, сама стає вторинним джерелом радіохвиль, потужність якого P' пропорційна інтенсивності сигналу, що дійшов до цілі, тобто величині P/R^2. Інтенсивність же відбитого сигналу, що повернувся до радіолокатора, пропорційна P'/R^2, тобто P/R^4. Отже, необхідна для радіолокації потужність P пропорційна R^4. Таким чином, для збільшення дальності радіолокації у три рази знадобиться збільшити потужність передавача у $3^4 = 81$ раз.

6.14. На 7,8 см. **Розв'язок.** Сигнал, відбитий від даху, проходить «зайвих» 3 км, тому запізнюється на $\Delta t = 10^{-5}$ с. У результаті породжений цим сигналом другий контур зображення зміщено відносно першого на $\Delta l = v\Delta t$, де v — швидкість переміщення електронного променя по рядку. Оскільки за одну n-у частку секунди промінь пробігає N рядків довжини l, його швидкість $v = nNl$. Таким чином, $\Delta l = nNl\Delta t = 7{,}8$ см.

6.15. $I_м = U_1\sqrt{\frac{C_1C_2}{L(C_1+C_2)}}$. **Розв'язок.** Після замикання ключа в колі виникають вільні електромагнітні коливання. Сила струму максимальна при проходженні системою «положення рівноваги», тобто коли на конденсаторах однакова напруга U. Згідно із законом збереження заряду $(C_1 + C_2)U = C_1U_1$, а згідно з законом збереження енергії $\frac{(C_1+C_2)U^2}{2} + \frac{LI_м^2}{2} = \frac{C_1U_1^2}{2}$. Звідси $I_м = U_1\sqrt{\frac{C_1C_2}{L(C_1+C_2)}}$.

6.16. Розв'язок. З закону збереження заряду випливає: $CU_0 = 2CU$, звідки $U = U_0/2$. Енергія кожного з конденсаторів буде у чотири

рази менша від початкової енергії $W_0 = CU_0^2/2$, а енергія всієї системи — удвічі менша від W_0. Розглянемо, як узгоджується це з законом збереження енергії. Позначимо опір проводів R. Тоді збільшення їхньої внутрішньої енергії $Q \sim I_0^2 R\tau$, де $I_0 = U_0/R$ — початкова сила струму в колі, $\tau \sim RC$ — час перерозподілу зарядів (див. задачу 2.83). Звідси $Q \sim CU_0^2$, тобто помітна частина W_0 перетворюється у внутрішню енергію. Оскільки здобутий висновок не залежить від R, формально він застосований і при $R \to 0$. Проте надпровідні проводи *взагалі* не нагріваються при проходженні струму! У цьому випадку першорядного значення набуває другий шлях «зникнення» енергії. Будь-яке замкнуте коло має індуктивність, тому дане коло являє собою коливальний контур. Після замикання ключа виникають електромагнітні коливання, що затухають внаслідок випромінювання електромагнітних хвиль. Саме ці хвилі й унесуть «зниклу» енергію.

6.17. $I_м = U_1\sqrt{\dfrac{C}{2L}}$. **Розв'язок.** Одразу ж після замикання ключа (ще до виникнення струму в котушці) відбувається перерозподіл заряду між конденсаторами. В результаті енергія системи зменшується удвічі (див. задачу 6.16). Надалі втрат енергії немає, тому $\dfrac{LI_м^2}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{CU_1^2}{2}$, звідки $I_м = U_1\sqrt{\dfrac{C}{2L}}$.

6.18. $n = 8{,}0\ с^{-1}$. **Розв'язок.** Якщо відраховувати час t від моменту, коли вектор $\boldsymbol{B}$ напрямлено по нормалі до площини рамки, магнітний потік через рамку змінюється за законом $\Phi = BSN\cos 2\pi nt$. Згідно з законом електромагнітної індукції миттєве значення ЕРС у рамці $e = -\dfrac{d\Phi}{dt} = 2\pi BSNn\sin 2\pi nt$. Отже, $\mathscr{E}_м = 2\pi BSNn$ і

$$n = \frac{\mathscr{E}_м}{2\pi BSN} = 8{,}0\ с^{-1} = 480\ об/хв.$$

6.19. $U_{мR} = I_м R$, $U_{мC} = I_м/(\omega C)$, $U_{мL} = I_м\omega L$;

$$U_м = I_м\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},\quad u = U_м\cos(\omega t + \varphi),\ де\ \varphi = \operatorname{arctg}\frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}.$$

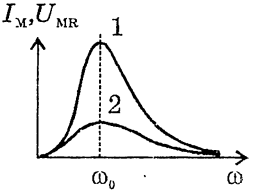
Розв'язок. Амплітуда напруги на резисторі $U_{мR} = I_м R$, на конденсаторі $U_{мC} = I_м X_C = I_м/(\omega C)$, а на котушці $U_{мL} = I_м X_L = I_м\omega L$. Тут $X_C = 1/(\omega C)$ і $X_L = \omega L$ — відповідно ємнісний та індуктивний опори. Напруги на окремих елементах кола відрізняються за фазою: $u_R = I_м R\cos\omega t$, $u_C = I_м X_C\cos(\omega t - \pi/2)$, $u_L = I_м X_L\cos(\omega t + \pi/2)$. Тому $U_м \neq U_{мR} + U_{мC} + U_{мL}$. Щоб знайти $U_м$, *складемо гар-*

монічні коливання: миттєве значення прикладеної до кола напруги $u = u_R + u_C + u_L = U_{мR}\cos\omega t + (U_{мC} - U_{мL})\sin\omega t = \sqrt{U_{мR}^2 + (U_{мL} - U_{мC})^2}\cos(\omega t + \varphi)$, де $\varphi = \mathrm{arctg}\dfrac{U_{мL} - U_{мC}}{U_{мR}}$. Отже, $u = U_м\cos(\omega t + \varphi)$, де амплітуда напруги в колі

$$U_м = I_м\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = I_м Z.$$

Це співвідношення, записане у вигляді $I_м = U_м / Z$, називають законом Ома для кола змінного струму, а величину Z називають повним опором кола змінного струму. Величина φ характеризує зрушення фаз між коливаннями сили струму і напруги в колі. Цю величину можна записати у вигляді $\varphi = \mathrm{arctg}\dfrac{X_L - X_C}{R}$. Зазначимо також, що $\cos\varphi = R/Z$.

6.20. Розв'язок. Величина Z (див. задачу 6.19) набуває мінімального значення $Z_{\min} = R$ при $\omega L - 1/(\omega C) = 0$, тобто при $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$, де ω_0 — циклічна частота вільних коливань у контурі. На рисунку наведено графік залежності $I_м(\omega)$ для двох різних значень опору резистора ($R_1 < R_2$). Графік залежності $U_{мR}(\omega)$ має такий самий вигляд. Різке збільшення $I_м$ при $\omega = \omega_0$ називають резонансом у колі змінного струму.



6.21. $X_{C1} = 3{,}2$ кОм, $X_{L1} = 157$ Ом, $Z_1 = 3{,}2$ кОм; $X_{C2} = 16$ Ом, $X_{L2} = 31{,}4$ кОм, $Z_2 = 31{,}4$ кОм; $\nu_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 225$ Гц.

6.22. Розв'язок. Миттєва (тобто середня за дуже малий проміжок часу) потужність на будь-якій ділянці кола $p = ui$, де u, i — миттєві значення напруги і сили струму. Формули залежності від часу u_R, u_C, u_L наведено в задачі 6.19. Використовуючи співвідношення $\overline{\cos^2\omega t} = \dfrac{1}{2}$, $\overline{\cos\omega t\sin\omega t} = 0$ (риска угорі означає тут усереднення за час, що дорівнює періоду коливань), дістаємо $\overline{p_R} = \dfrac{I_м^2}{2}R = I^2R$, де $I = \dfrac{I_м}{\sqrt{2}}$ — діюче значення сили струму; $\overline{p_C} = 0$ і $\overline{p_L} = 0$. Таким чином, *ідеальні* конденсатор і котушка *в середньому* не споживають енергії, а ось у резисторі відбувається необоротне перетворення електричної енергії у внутрішню.

6.23. $P = UI\cos\varphi$. **Розв'язок.** Значення P збігається зі середньою потужністю, споживаною резистором (див. задачу 6.22): $P = \overline{p_R} = I^2R$. Оскільки $I = U/Z$ і $\cos\varphi = R/Z$, дістаємо $P = IUR/Z = UI\cos\varphi$. Величину $\cos\varphi$ називають коефіцієнтом потужності.

6.24. $U_3 = \sqrt{U_1^2 + U_2^2} = 15$ В.

6.25. $Z_1 = 50$ Ом, $Z_2 = 320$ Ом; $\varphi_1 = 53° = 0{,}92$ рад, $\varphi_2 = 85° = 1{,}5$ рад.

6.26. 0,13 Гн, 30 Вт, 11 Вт.

6.27. Спочатку зростає, потім меншає. **Розв'язок.** Максимальна сила струму — при резонансі, коли $L = \dfrac{1}{4\pi^2\nu^2C} = 0{,}51$ Гн. Жар лампи зростає при наближенні до резонансу і меншає при віддаленні від нього.

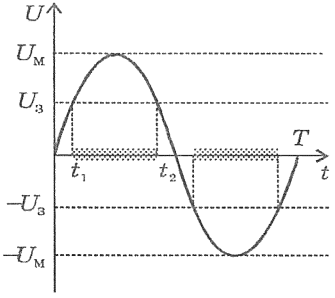
6.28. Збільшиться. Зменшиться, але буде більш від початкового.

Вказівка. Див. задачу 6.27. Резонанс у колі настає при ємності $C_0 = \dfrac{1}{4\pi^2\nu^2L} = 20$ мкФ $= 2C$. Загальний опір котушки і конденсатора спочатку 160 Ом, після підключення другого конденсатора падає практично до нуля, а після підключення третього — стає рівним 51 Ом.

6.29. $n = 100$ с$^{-1}$; лампа горить 2/3 періоду. **Розв'язок.** Биберемо початок відліку часу так, щоб напруга в мережі змінювалася за законом $u = U_м\sin\omega t$, де $U_м = \sqrt{2}\cdot 220$ В $= 311$ В. Неонова лампа горить, коли $|u| \geqslant U_з$ (на рисунку відповідні проміжки часу виділено). За період відбуваються *два* спалахи, тому $n = 100$ с$^{-1}$. Тривалість кожного спалаху

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{2} - \frac{T}{\pi}\arcsin\frac{U_з}{U_м},$$

тобто лампа горить протягом частки періоду $\dfrac{2\Delta t}{T} = 1 - \dfrac{2}{\pi}\arcsin\dfrac{U_з}{U_м} = 0{,}67$.



6.30. Розв'язок. Величина I являє собою значення сили постійного струму, при проходженні якого в провіднику виділяється така ж

сама кількість теплоти, як і при проходженні даного змінного струму за цей самий час (тобто $I^2 = \overline{i^2}$).

а) Квадрат сили струму в будь-який момент дорівнює I_0^2. Тому $I = I_0$.

б) $I^2T = I_0^2 \cdot \frac{T}{8} + (-I_0)^2 \cdot \frac{T}{8}$, звідки $I = I_0/2$.

в) $I^2T = I_0^2\tau$, звідки $I = I_0\sqrt{\frac{\tau}{T}}$.

6.31. U_{max} = 51 В; не менше 102 В. **Розв'язок.** Випрямляч дає максимальну напругу на виході за відсутності навантаження. Якщо знехтувати оберненим струмом напівпровідникового діода, то позитивні заряди можуть надходити на верхню обкладку конденсатора (при $\varphi_A > \varphi_D$), але не можуть з неї стікати. Значить, після увімкнення випрямляча у мережу конденсатор швидко зарядиться до амплітудної напруги $U_м = \sqrt{2} \cdot 36$ В = 51 В. Підключення навантаження дуже мало змінить цю напругу: характерний час розряджання конденсатора $\tau = RC$ = 0,5 с (див. задачу 2.83) набагато перевищує період змінної напруги (T = 0,02 с). Тому за час між двома «сплесками» струму, що підзаряджає конденсатор, напруга на конденсаторі встигне знизитися дуже небагато (RC-ланцюжок добре вирівнює напругу на виході). Напругу на діоді можна записати у вигляді $\varphi_D - \varphi_A = (\varphi_D - \varphi_B) + (\varphi_B - \varphi_A)$. Перший доданок (напруга на конденсаторі) постійний і дорівнює $U_м$, а другий (миттєве значення напруги в мережі) не перевищує $U_м$. Отже, діод має витримувати обернену напругу $2U_м$ = 102 В.

6.32. У первинній обмотці сила струму збільшиться, у вторинній — зменшиться. **Вказівка.** Після видалення частини осердя магнітне поле в обох котушках зменшиться. Це спричинить зменшення ЕРС індукції і самоіндукції.

6.33. Розв'язок. При замиканні витка реостата цей виток мов би «вибуває із гри»: струм просто не піде по ньому, внаслідок чого опір реостата трохи зменшиться (кількість витків досить велика), що не є небезпечним. Замкнений виток трансформатора фактично являє собою ще одну вторинну обмотку, що працює в режимі короткого замикання. У цій обмотці, що має малий опір, індукується дуже великий струм. Надмірне нагрівання може розплавити цей виток або зруйнувати ізоляцію, що спричинить замикання сусідніх витків.

6.34. $N_1 = U_1/U$ = 440, $N_2 = U_2/U$ = 84. **Вказівка.** Провід із вольтметром можна розглядати як додаткову обмотку трансформатора, що складається з одного витка. Цей контур пронизується таким самим магнітним потоком, як і будь-який із витків.

6.35. а) У вторинній обмотці; б, в) не можна.

Розв'язок. а) Напруги і струми в первинній і вторинній обмотках пов'язані співвідношенням $\frac{I_1}{I_2} \approx \frac{U_2}{U_1}$, тобто при зниженні напруги сила струму підвищується. Необхідна товщина проводу визначається саме силою струму, тому у вторинній обмотці знижувального трансформатора провід має бути товстішим.

б) Опір R котушки в колі постійного струму набагато менший, ніж її опір $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ у колі змінного струму. Тому при підключенні трансформатора до джерела постійної напруги сила струму в первинній обмотці різко зросте, обмотка може вийти з ладу.

в) При видаленні осердя індуктивність обмотки, отже, й індуктивний опір набагато зменшуються. Внаслідок цього сила струму зросте так, що обмотка може вийти з ладу.

6.36. U_{AC} = 120 В. **Розв'язок.** Напруги на виході обох трансформаторів збігаються за фазою, тому $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$. Позначивши напруги на вході трансформаторів U_1 і U_2, дістаємо $U_{AB} = U_1N_1/N_2$, $U_{BC} = U_2N_2/N_1$. Вхідна напруга розподіляється між трансформаторами в залежності від індуктивних опорів їхніх первинних обмоток (тобто індуктивностей цих обмоток L_1 і L_2) таким чином: $U_1 = \frac{UL_1}{L_1 + L_2}$, $U_2 = \frac{UL_2}{L_1 + L_2}$. Для котушок, що розрізняються лише кількістю витків, $\frac{L_2}{L_1} = \frac{N_2^2}{N_1^2}$ (див. задачу 5.26). Звідси

$$U_{AC} = \frac{2N_1N_2U}{N_1^2 + N_2^2} = 120 \text{ В}.$$

ВІДПОВІДІ НА ТЕСТИ

Т 1. 1. **В.**	Т 2. 1. **Б.**	Т 3. 1. **В.**
Т 1. 2. **Г.**	Т 2. 2. **А.**	Т 3. 2. **А.**
Т 1. 3. **Б.**	Т 2. 3. **А.**	Т 3. 3. **Г.**
Т 1. 4. **Д.**	Т 2. 4. **Б.**	Т 3. 4. **Г.**

ДОВІДКОВІ ТАБЛИЦІ

Елементарний електричний заряд $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл

Електрична стала $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ Н · м²/Кл²

1. Густина речовин

Тверді тіла		Рідини		Гази (за нормальних умов)	
Речовина	ρ, кг/м³	Речовина	ρ, кг/м³	Речовина	ρ, кг/м³
Алюміній	2700	Бензин	700	Водень	0,09
Залізо	7800	Вода	1000	Гелій	0,18
Мідь	8900	Гас	800	Кисень	1,43
Свинець	11300	Ртуть	13600	Повітря	1,29

2. Питома теплоємність *c* та температура плавлення *t* речовин

Речовина	*c*, кДж/(кг·К)	*t*, °С
Алюміній	0,88	660
Залізо	0,46	1535
Мідь	0,38	1083
Свинець	0,13	327

3. Діелектрична проникність

Гас	2,1
Парафін	2
Слюда	7
Скло	7

4. Питомий опір ρ при 20°С і температурний коефіцієнт опору α провідників

Речовина	ρ, 10^{-8} Ом · м	α, К⁻¹	Речовина	ρ, 10^{-8} Ом · м	α, К⁻¹
Алюміній	2,8	0,0042	Мідь	1,7	0,0043
Вольфрам	5,5	0,0048	Свинець	21	0,0037
Залізо	9,8	0,006	Сталь	12	0,006
Латунь	7,1	0,001	Вугілля	4000	–0,0008

5. Приставки для утворення десяткових одиниць

Приставка	Позначення	Множник	Приставка	Позначення	Множник
тера	Т	10^{12}	піко	п	10^{-12}
гіга	Г	10^9	нано	н	10^{-9}
мега	М	10^6	мікро	мк	10^{-6}
кіло	к	10^3	мілі	м	10^{-3}
гекто	г	10^2	санті	с	10^{-2}

ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ЕЛЕКТРИКИ ТА МАГНЕТИЗМУ

Закон Кулона $F = k\frac{|q_1 q_2|}{\varepsilon r^2} = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$

Напруженість поля точкового заряду $E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$

Робота електростатичних (кулонівських) сил $A = qU = q(\varphi_1 - \varphi_2)$

Потенціальна енергія заряду в електричному полі $W_p = q\varphi$

Потенціал поля точкового заряду $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}$

Ємність конденсатора $C = q/U$

Ємність плоского конденсатора $C = \varepsilon_0 \varepsilon S/d$

Енергія зарядженого конденсатора $W_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$

Закон Ома для ділянки кола $I = U/R$

Електричний опір провідника $R = \rho\frac{l}{S}$

Закон Ома для замкненого кола $I = \frac{\mathscr{E}}{R+r}$

Залежність опору провідника від температури $R = R_0(1 + \alpha t)$

Робота електричного струму $A = UIt$

Закон Джоуля-Ленца $Q = I^2Rt$

Закон електролізу $m = kIt = \frac{1}{eN_A} \cdot \frac{M}{n} It$

Закон Ампера $F = I \cdot \Delta l \cdot B\sin\alpha = I \cdot \Delta l \cdot B_\perp$

Сила Лоренца $F = |q| \cdot v \cdot B\sin\alpha = |q| \cdot v \cdot B_\perp$

Магнітний потік $\Phi = BS\cos\alpha = B_n S$

Закон електромагнітної індукції $\mathscr{E}_i = -\Delta\Phi/\Delta t$

ЕРС самоіндукції $\mathscr{E}_{si} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$

Енергія магнітного поля $W_M = LI^2/2$

Формула Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$

Ємнісний опір у колі змінного струму $X_C = \frac{1}{\omega C}$

Індуктивний опір у колі змінного струму $X_L = \omega L$

Діючі значення струму та напруги $I = \frac{I_м}{\sqrt{2}}$, $U = \frac{U_м}{\sqrt{2}}$

Навчальне видання

Ілля Маркович Гельфгат,
Лев Елевич Генденштейн,
Леонід Анатолійович Кирик

303 задачі з електрики та магнетизму з відповідями, вказівками, розв'язаннями

Відповідальний за випуск *Л.А. Кирик*
Обкладинка *М.Л. Курдюмова*

Підписано до друку 24.11.97. Друк офсетний. Формат 60x90 1/16.
Тираж 5 000 прим.

«Творче об'єднання Гімназія», м. Харків, вул. Тобольська, 46а
Замовлення за телефонами:
(0572) 30-70-59, 11-80-62, 32-83-10

Друкарня ТОВ «Талант»,
м. Харків, вул. Велика Кільцева, 126.
Тел. (0572) 40-31-01